

**ЕГЭ по математике 02.06.2022. Основная волна. Санкт-Петербург, Москва, центр. Вариант 405**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $2\sin 2x + 2\sin(-x) - 2\cos(-x) + 1 = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

2. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  на диагонали  $BD_1$  отмечена точка  $O$  так, что  $BN : ND_1 = 1 : 2$ . Точка  $O$  — середина отрезка  $CB_1$ .

а) Докажите, что прямая  $NO$  проходит через точку  $A$ .

б) Найдите объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , если длина отрезка  $NO$  равна расстоянию между прямыми  $BD_1$  и  $CB_1$  и равна  $\sqrt{2}$ .

3. Решите неравенство:  $3^x - \frac{702}{3^x - 1} \geq 0$ .

4. В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 700 тысяч рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- платёж в 2027 и 2028 годах должен быть по 400 тыс. рублей;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите сумму всех платежей после полного погашения кредита.

5. На стороне острого угла с вершиной  $A$  отмечена точка  $B$ . Из точки  $B$  на биссектрису и другую сторону угла опущены перпендикуляры  $BC$  и  $BD$  соответственно.

а) Докажите, что  $AC^2 + CD^2 = AD^2 + DB^2$ .

б) Прямые  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $T$ . Найдите отношение  $AT : TC$ , если  $\cos \angle ABC = \frac{3}{8}$ .

6. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a^2 - 9x^2 + 18|x| - 9 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

7. На доске написано  $N$  различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 159. Для любых двух написанных на доске чисел  $a$  и  $b$ , таких, что  $a < b$ , ни одно из написанных чисел не делится на  $b - a$ , и ни одно из написанных чисел не является делителем числа  $b - a$ .

а) Могли ли на доске быть написаны какие-то два числа из чисел 28, 29 и 30?

б) Среди написанных на доске чисел есть 13. Может ли  $N$  быть равно 20?

в) Найдите наибольшее значение  $N$ .