

**ЕГЭ по математике 02.06.2022. Основная волна. Санкт-Петербург, Москва, центр.
Вариант 403**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2 \sin 2x + 2 \sin(-x) + 2 \cos(-x) - 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на диагонали BD_1 отмечена точка N так, что $BN : ND_1 = 1 : 2$. Точка O — середина отрезка CB_1 .

а) Докажите, что прямая NO проходит через точку A .

б) Найдите объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если длина отрезка NO равна расстоянию между прямыми BD_1 и CB_1 и равна $\sqrt{6}$.

3. Решите неравенство: $5^x - \frac{600}{5^x - 1} \geq 0$.

4. В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 500 тыс. руб. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и в 2028 годах должны быть по 100 тыс. руб.;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите сумму всех платежей после полного погашения кредита.

5. На стороне острого угла с вершиной A отмечена точка B . Из точки B на биссектрису и другую сторону угла опущены перпендикуляры BC и BD соответственно.

а) Докажите, что $AC^2 + CD^2 = AD^2 + DB^2$.

б) Прямые AC и BD пересекаются в точке T найдите отношение $AT : TC$, если $\cos \angle ABC = \frac{2}{7}$.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 - 4x^2 + 8|x| - 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

7. На доске написано N различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 99. Для любых двух написанных на доске чисел a и b , таких, что $a < b$, ни одно из написанных чисел не делится на $b - a$, и ни одно из написанных чисел не является делителем числа $b - a$.

- а) Могли ли на доске быть написаны какие-то два числа из чисел 18, 19 и 20?
- б) Среди написанных на доске чисел есть 17. Может ли N быть равно 25?
- в) Найдите наибольшее значение N .