А. Ларин. Тренировочный вариант № 396.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\cos x + 2\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{6}\right) + 1 = \sqrt{3}\sin 2x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[4\pi;\ \dfrac{11\pi}{2}\right]$.

2. Основание $ABCD$ правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ вписано в нижнее основание цилиндра, а вершина S расположена на оси OO_1 цилиндра (O_1 — центр верхнего основания цилиндра). Объем цилиндра равен 450π, объем пирамиды равен 50.

а) Докажите, что $O_1S : SO = 5 : 1$.

б) Найдите расстояние между AS и CD, если диаметр основания цилиндра равен $5\sqrt{2}$.

3. Решите неравенство: $\dfrac{(|3x+2| - x - 6)\cdot(\log_{\frac{1}{2}}(x+10) + 3)}{2^{x^2+2} - 2^x} \geqslant 0.$

4. В сентябре планируется взять кредит в банке на сумму 18 миллионов рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 2,5% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по август каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в сентябре каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на сентябрь предыдущего года.

Чему равна общая сумма выплат (в млн рублей) после полного погашения кредита, если сумма наибольшей годовой выплаты и наименьшей годовой выплаты долга составит 7,74 млн руб.?

5. В прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузу AB опущена высота CH. В треугольнике ACH проведена биссектриса CE угла ACH.

а) Докажите, что треугольник BCE — равнобедренный.

б) Найдите EO, где O — центр окружности, вписанной в треугольник ABC, и известно, что $AC = 8$, $BC = 6$.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\log_a \sqrt{10 + 3a^{2\cos x}} = 2\cos x$$

имеет хотя бы одно решение.

7. В десятичной записи числа $a > 1$ только чередующиеся единицы и нули: $a = 1010...$

а) Может ли это число быть квадратом натурального числа?

б) Какие числа такого вида будут простыми?

в) Сколько единиц в записи этого числа, если оно делится на 13?