

А. Ларин. Тренировочный вариант № 395.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin(3\pi - x) - \operatorname{tg}(\pi - x) = \frac{1 - \sin^2\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)}{\sin 2x}$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[7\pi; 8,75\pi]$.

2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ образует с основанием угол 45° , сторона основания равна 4. Через среднюю линию треугольника ABD , не пересекающую BD , и середину высоты пирамиды проведена плоскость α .

- а) Докажите, что плоскость α перпендикулярна ребру SC .
 б) Найдите объем пирамиды $SKLM$, где K, L и M — точки пересечения α соответственно с ребрами SB, SD и SC .

3. Решите неравенство: $\frac{\log_{x+1}^2(x-1) + \log_5^2(2x-5)}{\log_{x+1}^2(x-1) + \log_5^2(x-2)} > 1$.

4. Паром грузоподъемностью 109 тонн перевозит джипы и грузовики. Количество перевозимых на пароме грузовиков не менее чем на 20% превосходит количество перевозимых джипов. Вес и стоимость перевозки одного джипа составляют 3 тонны и 600 рублей, грузовика — 5 тонн и 700 рублей соответственно. Определите наибольшую возможную суммарную стоимость перевозки всех джипов и грузовиков при данных условиях.

5. Стороны BC и CD квадрата $ABCD$ являются сторонами равносторонних треугольников BCM и DCN соответственно, точки M и N лежат вне квадрата. Прямая AM пересекает BC в точке K .

- а) Докажите, что $\angle AMC = 45^\circ$.
 б) Найдите KN , если $AB = \sqrt{8 + 3\sqrt{3}}$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система:

$$\begin{cases} y^2 - x^2 \geq 0, \\ (y - a^2 - 3a + 18)^2 + (x - 6a)^2 = 3 \cdot |a|^{-\frac{a}{2}} \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. Для каждого натурального числа введем $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ (например, $1! = 1$, $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$).

- а) Найдите наибольшее возможное n , если $\left(\frac{n!}{8}\right)$ не является натуральным числом.
 б) Найдите наибольшее возможное n , если $(n+2)! - 42(n!) < 0$.
 в) Найдите наибольшее возможное n , если $((n!)^2 - 12n!)$ не делится на 13.