

**А. Ларин. Тренировочный вариант № 394.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\frac{\sin 2x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x}{\log_4(\cos x + 1)} = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

2. Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , сторона  $AB$  основания которой равна 32, а боковое ребро  $BB_1$  равно  $4\sqrt{3}$ . На рёбрах  $AB$  и  $B_1C_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $AK = 2$ ,  $B_1L = 28$ . Точка  $M$  — середина ребра  $A_1C_1$ . Плоскость  $\gamma$  проходит через точки  $K$  и  $L$  и параллельна прямой  $AC$ .

а) Докажите, что плоскость  $\gamma$  перпендикулярна прямой  $MB$ .

б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка  $M$ , а основанием — сечение данной призмы плоскостью  $\gamma$ .

3. Решите неравенство:  $\log_{0,2}^2(5x^2) + \frac{2\log_{0,2}^2 x - 9\log_{0,2} x + 2}{\log_{0,2}(25x)} \leq 0$ .

4. В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на сумму 800 тысяч рублей на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь с 2024 по 2027 год долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- каждый январь с 2028 по 2031 год долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2031 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если общая сумма выплат по кредиту должна составить 1444 тысяч рублей.

5. В равнобедренном тупоугольном треугольнике  $ABC$  на продолжение боковой стороны  $BC$  опущена высота  $AH$ . Из точки  $H$  на сторону  $AB$  и основание  $AC$  опущены перпендикуляры  $NK$  и  $NM$  соответственно.

а) Докажите, что отрезки  $AM$  и  $MK$  равны.

б) Найдите  $MK$ , если  $AB = 5$ ,  $AC = 8$ .

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система:

$$\begin{cases} (x-a)^2 + \left(y - \frac{1}{a}\right)^2 = \frac{1}{4}, \\ |y| \leq 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. Возьмем три любые (не обязательно различные) цифры  $a, b, c$ , отличные от 0, и всевозможными перестановками составим шесть трехзначных чисел  $\{\overline{abc}, \overline{acb}, \overline{bac}, \overline{bca}, \overline{cab}, \overline{cba}\}$ . Сумму этих чисел обозначим  $f(a, b, c)$ .

а) Может ли  $f(a, b, c)$  равняться 1754 при каких-либо значениях  $a, b, c$ ?

б) Сколько существует различных значений  $f(a, b, c)$ ?

в) Сколько трехзначных чисел  $n = \overline{abc}$  совпадают со средним арифметическим чисел  $\{\overline{abc}, \overline{acb}, \overline{bac}, \overline{bca}, \overline{cab}, \overline{cba}\}$ ?