

ЕГЭ по математике 28.03.2022. Досрочная волна. ФИПИ.
Вариант 4

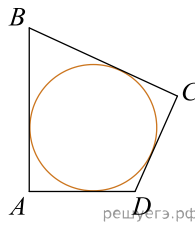
При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Найдите корень уравнения $\log_4(x - 4) = 3$.

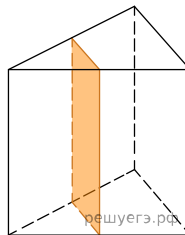
2. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 7 спортсменов из Германии и 9 спортсменов из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым будет выступать спортсмен из Германии.

3. В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$ и $CD = 17$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.

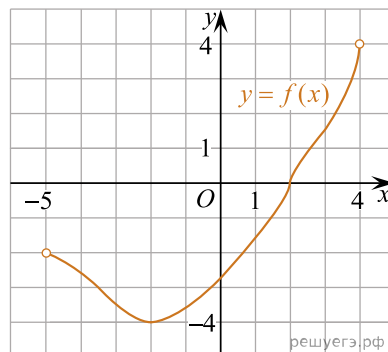


4. Найдите значение выражения $\frac{14^{6,4} \cdot 7^{-5,4}}{2^{4,4}}$.

5. Через среднюю линию основания правильной треугольной призмы, объём которой равен 84, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсечённой треугольной призмы.



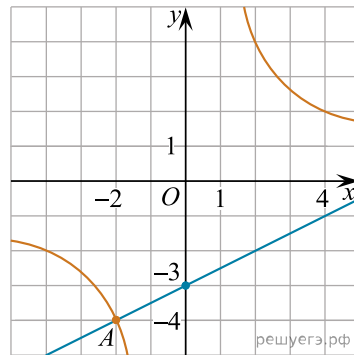
6. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 4)$. Найдите корень уравнения $f'(x) = 0$.



7. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 299 МГц. Скорость погружения батискафа v (в м/с) вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала (в МГц), регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала, если скорость погружения батискафа равна 5 м/с. Ответ дайте в МГц.

8. Имеется два сосуда. Первый содержит 40 кг, а второй — 25 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 36% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



10. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 9x + 25$ на отрезке $[1; 50]$.

12. а) Решите уравнение $16^{\sin x} - 1,5 \cdot 4^{\sin x} + 1 + 8 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

13. Различные точки A , B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S так, что отрезок AB является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен 60° .

а) Докажите, что $\cos \angle ASC + \cos \angle CSB = 1,5$.

б) Найдите объем тетраэдра $SABC$, если $SC = 1$ и $\cos \angle ASC = \frac{2}{3}$.

14. Решите неравенство

$$1 + \frac{6}{\log_3 x - 3} + \frac{5}{\log_3^2 x - \log_3(27x^6) + 12} \geq 0.$$

15. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1100 тысяч рублей на 16 месяцев. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца (r — целое число);
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 15-го месяца долг должен быть равен 500 тысяч рублей;
- к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет составлять 1228 тысяч рублей.

16. В треугольнике ABC точки M и N лежат на сторонах AB и BC соответственно так, что $AM : MB = CN : NB = 2 : 3$. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается отрезка MN в точке K .

а) Докажите, что $AB + BC = 4AC$.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC , если $MK = \frac{9}{5}$ и $KN = 3$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy^2 - 3xy - 3y + 9) \sqrt{x-3} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

18. Каждое из четырёх последовательных натуральных чисел, последние цифры которых не равны нулю, поделили на его последнюю цифру. Сумма получившихся чисел равна S .

а) Может ли $S = 16\frac{5}{6}$?

б) Может ли $S = 569\frac{29}{126}$?

в) Найдите наибольшее целое значение S , если каждое из исходных чисел было трёхзначным.