

А. Ларин. Тренировочный вариант № 388.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x - \sin x - 1}{\log_2(\cos x)} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра $BC = 5$ и $AB = AA_1 = 8$, M и N — середины ребер CD и AA_1 соответственно. Плоскость α проходит через точки M и N и параллельна прямой CD_1 .

- а) Докажите, что прямая DN параллельна плоскости α .
- б) Найдите расстояние между прямыми C_1D и BD_1 .

3. Решите неравенство: $2x \geq \log_2 \left(\frac{35}{3} \cdot 6^{x-1} - 2 \cdot 9^{x-\frac{1}{2}} \right)$.

4. В июле 2022 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму сроком на 5 лет. Условия возврата таковы:

- в январе долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь необходимо внести единым платежом часть долга;
 - в июле 2023, 2024 годов долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга июля предыдущего года;
 - в июле 2024 года долг составляет 80% от первоначальной суммы кредита;
 - выплаты в 2025 и 2026 годах равны по 202 тыс. рублей;
 - долг в июле 2026 года составляет 20% от суммы долга на июль 2024 года;
 - в июле 2027 года долг должен быть полностью погашен.
- Определите, чему равна общая сумма выплат.

5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ угол BCD — тупой. Через точку B проведена прямая, параллельная прямой CD и пересекающая прямую AD в точке E . На продолжении BE за точку E отмечена точка F такая, что $DE = DF$.

- а) Докажите, что точки A, F, C и D лежат на одной окружности.
- б) Найдите расстояние от точки C до прямой AF , если $BD = 10$ и $\cos \angle ADC = 0,6$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x-2a} + \sqrt{x^2 + 4ax + 4a^2} = 2$$

имеет хотя бы одно решение.

7. Составим две последовательности натуральных чисел $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$:

$a_1 = 1, a_n = \frac{n}{p} (n > 1)$, где p — наименьший простой делитель числа n ;

$b_1 = 1, b_n (n > 1)$ — количество таких чисел m , для которых $a_m = n$. Оно показывает, сколько раз число n встречается в последовательности $\{a_n\}$.

- а) Найдите b_{187} .
- б) Для каких чисел $n > 1$ и $m > 1$ выполняется равенство $b_n = b_m$?
- в) Чему равно b_m , если $m = 8n^3 + 12n^2 - 2n - 3$?