ЕГЭ по математике 28.03.2022. Досрочная волна. Иркутск. Вариант 3

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $16^{\sin x} - 1{,}5 \cdot 4^{\sin x + 1} + 8 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi;\ -\dfrac{7\pi}{2}\right]$.

2. Различные точки A, B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S так, что отрезок AB является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен 60°.

а) Докажите, что $\cos\angle ASC + \cos\angle CSB = 1{,}5$.

б) Найдите объем тетраэдра $SABC$, если $SC = 1$ и $\cos\angle ASC = \dfrac{2}{3}$.

3. Решите неравенство

$$1 + \frac{6}{\log_3 x - 3} + \frac{5}{\log_3^2 x - \log_3(27x^6) + 12} \geqslant 0.$$

4. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1100 тысяч рублей на 16 месяцев. Условия возврата таковы:

− 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца (r — целое число);

− со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;

− 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

− 15-го числа 15-го месяца долг должен быть равен 500 тысяч рублей;

− к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r, если известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет составлять 1228 тысяч рублей.

5. В треугольнике ABC точки M и N лежат на сторонах AB и BC соответственно так, что $AM : MB = CN : NB = 2 : 3$. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается отрезка MN в точке K.

а) Докажите, что $AB + BC = 4AC$.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC, если $MK = \dfrac{9}{5}$ и $KN = 3$.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left(xy^2 - 3xy - 3y + 9\right)\sqrt{x-3} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

7. Каждое из четырех последовательных натуральных чисел, последняя цифра которых не равна нулю, разделили на его последнюю цифру. Полученные результаты сложили и назвали S. Тогда:

а) может ли $S = 16\frac{5}{6}$?

б) может ли $S = 369\frac{29}{126}$?

в) если числа были трехзначные, то какое наибольшее целое значение S могло получиться?