

А. Ларин. Тренировочный вариант № 383.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

2. Основанием прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб с тупым углом B , равным 120° . Все ребра этой призмы равны 10. Точки P и K — середины ребер CC_1 и CD соответственно.

а) Докажите, что прямые PK и PB_1 взаимно перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями PKB_1 и $C_1 B_1 V$.

3. Решите неравенство:
$$\frac{(x^2 e^x - 4e^x + 2x^2 - 8) \cdot \log_4(3 - x)}{\log_2^2(x - 3)^2} \leq 0.$$

4. Пенсионерка положила некоторую сумму на счет в банке на полгода. По этому вкладу установлен «плавающий» процент, то есть число начисленных процентов зависит от числа полных месяцев нахождения вклада на счете. В таблице представлены условия начисления процентов.

Срок вклада	1–2 месяца	3–4 месяца	5–6 месяцев
Ставка в % годовых	6%	18%	12%

Какой процент от суммы первоначального вклада составляет сумма, начисленная банком в качестве процентов, если каждый месяц, за исключением последнего, после начисления процентов банком она добавляет на счет такую сумму, чтобы за месяц вклад увеличился на 10% от первоначального вклада?

5. Пусть AA_1 , BB_1 и CC_1 — высоты остроугольного треугольника ABC с углом 45° при вершине C .

а) Докажите, что треугольник $A_1 B_1 C_1$ прямоугольный.

б) Найдите отношение, в котором высота AA_1 делит отрезок $B_1 C_1$, если $BC = 2B_1 C_1$.

6. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$x^2 + 4x - 2|x - a| + 2 - a = 0$$

имеет четыре корня.

7. В течение n дней ежедневно на доску записывают натуральные числа, каждое из которых меньше 5. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество — меньше, чем в предыдущий день.

а) Может ли n быть больше 4?

б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 2, а среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 3?

в) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 5. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел за все дни?