А. Ларин. Тренировочный вариант № 380.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\dfrac{2\operatorname{tg}^2 x+5\operatorname{tg}x}{\sin 2x+5\cos^2 x}=0.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{4\pi}{11};\dfrac{11\pi}{4}\right]$.

2. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S боковое ребро вдвое больше стороны основания.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середины рёбер SA и SE и вершину C, делит ребро SB в отношении 1 : 3, считая от вершины B.

б) Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через середины рёбер SA и SE и вершину C, делит ребро SF, считая от вершины S.

3. Решите неравенство $\dfrac{3^{\sqrt{x}}}{3^{\sqrt{x}}-81}\geqslant\dfrac{15\cdot 3^{\sqrt{x}}-81}{9^{\sqrt{x}}-84\cdot 3^{\sqrt{x}}+243}.$

4. На автомобиле стоят два одинаковых номерных знака, которые можно менять местами — один спереди, другой сзади. Знак, стоящий спереди, за 6 лет эксплуатации приходит в негодность и подлежит замене. Знак, стоящий сзади, приходит в негодность за 12 лет. Износ можно считать пропорциональным времени. Какой максимальный срок (в годах) может прослужить один комплект из двух номерных знаков, если своевременно поменять передний и задний номерной знак местами?

5. В трапеции $ABCD$ основания BC и AD равны 3 и 9 соответственно. Из точки K, лежащей на стороне CD, опущен перпендикуляр KL, на сторону AB. Известно, что L — середина стороны AB, $CL = 4$ и что площадь четырёхугольника $ALKD$ в 3 раза больше площади четырёхугольника $BCKL$.

а) Докажите, что прямые BK и DL параллельны.

б) Найдите длину отрезка DL.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$(x^2+a^2-13)\sqrt{3x+2a}\leqslant 0$$

имеет не более двух решений.

7. Каждую цифру a натурального числа n заменим последней цифрой числа a^3. Полученное в результате такой замены число будем обозначать n^* и называть взаимным с числом n. Число, совпадающее со своим взаимным, будем называть особенным.

а) Могут ли два разных натуральных числа иметь одинаковые взаимные числа?

б) Для каких натуральных чисел n будет особенным число $\dfrac{(n+n^*)}{2}$? Сколько всего существует трехзначных особенных чисел?

в) Решите уравнение $n+n^*=1318.$