

А. Ларин. Тренировочный вариант № 380.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\frac{2 \operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x}{\sin 2x + 5 \cos^2 x} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{4\pi}{11}; \frac{11\pi}{4} \right]$.

2. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S боковое ребро вдвое больше стороны основания.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середины рёбер SA и SE и вершину C , делит ребро SB в отношении $1 : 3$, считая от вершины B .

б) Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через середины рёбер SA и SE и вершину C , делит ребро SF , считая от вершины S .

3. Решите неравенство $\frac{3\sqrt{x}}{3\sqrt{x} - 81} \geq \frac{15 \cdot 3\sqrt{x} - 81}{9\sqrt{x} - 84 \cdot 3\sqrt{x} + 243}$.

4. На автомобиле стоят два одинаковых номерных знака, которые можно менять местами — один спереди, другой сзади. Знак, стоящий спереди, за 6 лет эксплуатации приходит в негодность и подлежит замене. Знак, стоящий сзади, приходит в негодность за 12 лет. Износ можно считать пропорциональным времени. Какой максимальный срок (в годах) может прослужить один комплект из двух номерных знаков, если своевременно поменять передний и задний номерной знак местами?

5. В трапеции $ABCD$ основания BC и AD равны 3 и 9 соответственно. Из точки K , лежащей на стороне CD , опущен перпендикуляр KL , на сторону AB . Известно, что L — середина стороны AB , $CL = 4$ и что площадь четырёхугольника $ALKD$ в 3 раза больше площади четырёхугольника $BCKL$.

а) Докажите, что прямые BK и DL параллельны.

б) Найдите длину отрезка DL .

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$(x^2 + a^2 - 13)\sqrt{3x + 2a} \leq 0$$

имеет не более двух решений.

7. Каждую цифру a натурального числа n заменим последней цифрой числа a^3 . Полученное в результате такой замены число будем обозначать n^* и называть взаимным с числом n . Число, совпадающее со своим взаимным, будем называть особенным.

а) Могут ли два разных натуральных числа иметь одинаковые взаимные числа?

б) Для каких натуральных чисел n будет особенным число $\frac{(n + n^*)}{2}$? Сколько всего существует трехзначных особенных чисел?

в) Решите уравнение $n + n^* = 1318$.