

А. Ларин. Тренировочный вариант № 379.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2\cos^2 x + \cos 3x = 1 + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{13\pi}{6}; -\pi\right]$.

2. В правильной треугольной пирамиде $MNPQ$ с вершиной M сторона основания равна 15, высота равна $\sqrt{6}$. На ребрах NP , NQ и NM отмечены точки E , F , K соответственно, причем $NE = NF = 3$ и $NK = \frac{9}{5}$.

- а) Докажите, что плоскости EFK и MPQ параллельны.
 б) Найдите расстояние от точки K до плоскости MPQ .

3. Решите неравенство $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} \geqslant 6$.

4. Шарона Абрамовна планирует взять кредит на некоторую сумму и выбирает между двумя банками. Первый банк предлагает кредит на 10 лет под 3% годовых, второй — на 6 лет под 9% годовых, причем в обоих банках применяется дифференцированная съема погашения кредита (ежегодно долг уменьшается каждый год на одну и ту же величину по сравнению с предыдущим годом). В какой банк выгоднее обратиться Шароне Абрамовне и сколько процентов от кредита составит эта выгода?

5. На стороне AB треугольника ABC взята точка D таким образом, что $CD = \sqrt{13}$ и $\frac{\sin \angle ACD}{\sin \angle BCD} = \frac{4}{3}$. Через середину отрезка CD проведена прямая, пересекающая стороны AC и BC в точках M и N соответственно. Известно, что $\angle ACB = \frac{2\pi}{3}$, площадь треугольника MCN равна $3\sqrt{3}$, а расстояние от точки M до прямой AB в два раза больше расстояния от точки N до этой же прямой.

- а) Докажите, что четырехугольник $CMDN$ — параллелограмм.
 б) Найдите площадь треугольника ABC .

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решений неравенства

$$\frac{ax^2 - (a^2 + 2a + 8)x + 8a + 16}{x} \geqslant 0$$

является ровно один промежуток числовой прямой.

7. Настя задумала трехзначное натуральное число n . В результате деления этого числа на сумму его цифр получается натуральное число m .
- а) Может ли $m = 11$?
 - б) Какое наименьшее число n могла задумать Настя, если известно, что средняя цифра этого числа равна 9, а первая цифра — четная и больше 2?
 - в) Чему равно наименьшее возможное значение m , если последняя цифра числа n равна 4?