

### А. Ларин. Тренировочный вариант № 379.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $2\cos^2 x + \cos 3x = 1 + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{13\pi}{6}; -\pi\right]$ .

2. В правильной треугольной пирамиде  $MNPQ$  с вершиной  $M$  сторона основания равна 15, высота равна  $\sqrt{6}$ . На ребрах  $NP$ ,  $NQ$  и  $NM$  отмечены точки  $E$ ,  $F$ ,  $K$  соответственно, причем  $NE = NF = 3$  и  $NK = \frac{9}{5}$ .

- а) Докажите, что плоскости  $EFK$  и  $MPQ$  параллельны.  
б) Найдите расстояние от точки  $K$  до плоскости  $MPQ$ .

3. Решите неравенство  $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} \geq 6$ .

4. Шарона Абрамовна планирует взять кредит на некоторую сумму и выбирает между двумя банками. Первый банк предлагает кредит на 10 лет под 3% годовых, второй — на 6 лет под 9% годовых, причем в обоих банках применяется дифференцированная схема погашения кредита (ежегодно долг уменьшается каждый год на одну и ту же величину по сравнению с предыдущим годом). В какой банк выгоднее обратиться Шароне Абрамовне и сколько процентов от кредита составит эта выгода?

5. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  взята точка  $D$  таким образом, что  $CD = \sqrt{13}$  и  $\frac{\sin \angle ACD}{\sin \angle BCD} = \frac{4}{3}$ . Через середину отрезка  $CD$  проведена прямая, пересекающая стороны  $AC$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Известно, что  $\angle ACB = \frac{2\pi}{3}$ , площадь треугольника  $MCN$  равна  $3\sqrt{3}$ , а расстояние от точки  $M$  до прямой  $AB$  в два раза больше расстояния от точки  $N$  до этой же прямой.

- а) Докажите, что четырехугольник  $CMDN$  — параллелограмм.  
б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множеством решений неравенства

$$\frac{ax^2 - (a^2 + 2a + 8)x + 8a + 16}{x} \geq 0$$

является ровно один промежуток числовой прямой.

7. Настя задумала трехзначное натуральное число  $n$ . В результате деления этого числа на сумму его цифр получается натуральное число  $m$ .

- а) Может ли  $m = 11$ ?
- б) Какое наименьшее число  $n$  могла задумать Настя, если известно, что средняя цифра этого числа равна 9, а первая цифра — четная и больше 2?
- в) Чему равно наименьшее возможное значение  $m$ , если последняя цифра числа  $n$  равна 4?