

А. Ларин. Тренировочный вариант № 374.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\frac{1 + 2 \sin^2 x - 3\sqrt{2} \sin x + \sin 2x}{2 \sin x \cos x - 1} = 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\pi\right]$.

2. На ребрах CD и BB_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 12 отмечены точки P и Q соответственно, причем $DP = 4$, а $B_1 Q = 3$. Плоскость APQ пересекает ребро CC_1 в точке M .

а) Докажите, что точка M является серединой ребра CC_1 .

б) Найдите расстояние от точки C до плоскости APQ .

3. Решите неравенство $|x - 2|^{\log_4(x+2) - \log_2 x} \geq 1$.

4. 15 декабря 2021 года Антон планирует взять кредит в размере 700 тысяч рублей на покупку машины. Условия его возврата, таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— с 10 числа по 14 число каждого месяца, необходимо выплатить одним платежом часть долга.

На какое минимальное количество месяцев Антон может взять кредит, чтобы каждая выплата не превышала 90 тысяч рублей?

5. Сторона AB квадрата $ABCD$ равна 1 и является хордой некоторой окружности, причем остальные стороны квадрата лежат вне этой окружности. Длина касательной CK , проведенной из вершины C к этой окружности, равна 2.

а) Докажите, что длина отрезка, соединяющего центр квадрата и центр окружности равна длине отрезка CK .

б) Найдите диаметр окружности.

6. Найдите все значения параметра a , при которых ровно одно решение $(x; y)$ системы уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + ay^2 + x + 3 - a = 0, \\ ax^2 + 2y^2 + y + 3 - a = 0 \end{cases}$$

удовлетворяет неравенству $|x| + |y| > 2$.

7. Бесконечная последовательность натуральных чисел $\{a_n\}$ задана следующим соотношением:

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 10 \cdot a_n + 1 \quad (n \geq 1).$$

а) Делится ли число a_{2022} на 33?

б) Может ли член этой последовательности a_n при $n > 1$ быть точным квадратом?

в) Какие остатки при делении на 7 могут иметь члены этой последовательности?