

А. Ларин. Тренировочный вариант № 371.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $36^2 \cos x + 1 + 16 \cdot 4^{2 \cos x} - 1 = 24 \cdot 12^{2 \cos x}$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AC равна $10\sqrt{3}$, а боковое ребро равно $3\sqrt{10}$. На ребре AC отмечена точка E так, что $AE = \sqrt{3}$. Точки F, N — середины сторон A_1B_1 и B_1C_1 соответственно. Плоскость α параллельна прямой AB и содержит точки E и N .

- а) Докажите, что прямая CF перпендикулярна плоскости α .
- б) Найдите расстояние от точки F до плоскости α .

3. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} \left(5^{1+\log_{15} x} - \frac{1}{3^{1+\log_{15} x}} \right) \geq -1 + \log_{15} x$.

4. В двух областях есть по 50 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором 1 кг алюминия приходится на 2 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

5. Дан остроугольный треугольник ABC . Биссектриса внутреннего угла при вершине B пересекает биссектрису внешнего угла при вершине C в точке M , а биссектриса внутреннего угла при вершине C пересекает биссектрису внешнего угла при вершине B в точке N .

- а) Докажите, что $2\angle BMN = \angle ACB$.
- б) Найдите BM , если $AB = AC = 5, BC = 6$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 10x - 5 - 2ax + 6a - a^2 = 0$$

имеет не более трех решений.

7. У Бори нет источника воды, но есть три ведра различных объемов, в двух из которых есть вода. За один шаг Боря переливает воду из ведра, в котором она есть, в другое ведро. Переливание заканчивается в тот момент, когда или первое ведро опустеет, или второе ведро заполнится. Выливать воду из ведер запрещается.

- а) Мог ли Боря через несколько шагов получить в одном из ведер ровно 2 литра воды, если сначала у него были ведра объемом 4 литра и 7 литров, полные воды, а также пустое ведро объемом 8 литров?
- б) Мог ли Боря через несколько шагов получить равные объемы воды во всех ведрах, если сначала у него были ведра объемами 5 литров и 7 литров, полные воды, а также пустое ведро объемом 10 литров?
- в) Сначала у Бори были ведра объемами 3 литра и 6 литров, полные воды, а также пустое ведро объемом n литров. Какое наибольшее натуральное значение может принимать n , если известно, что Боря сможет получить через несколько шагов ровно 4 л воды в одном из ведер?