

ЕГЭ по математике 28.04.2014. Досрочная волна. Вариант 1.

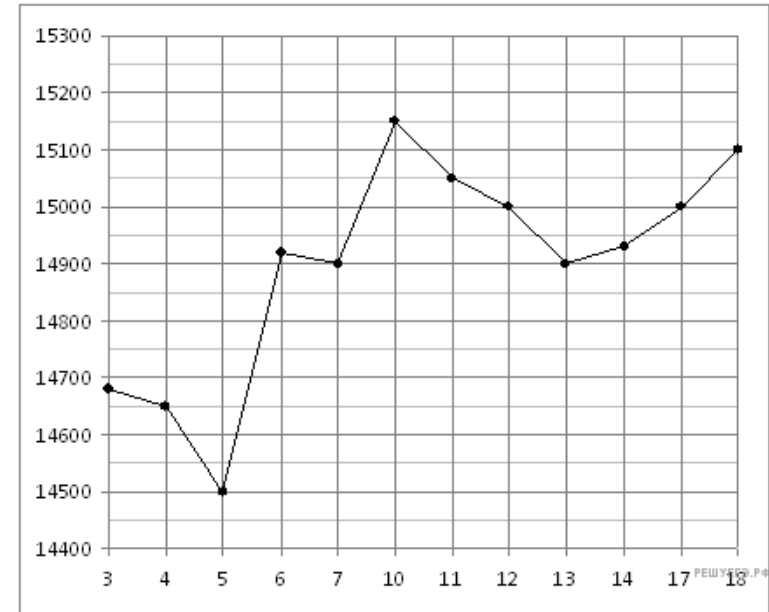
При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3000 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1100 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 700 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

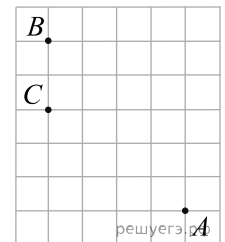
2. Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от цены покупки. Упаковка сосисок стоит в магазине 100 рублей. Пенсионер заплатил за упаковку сосисок 92 рубля. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

3. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов впервые за данный период стала равна 14900 долларов США за тонну.



4. Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 2 кубометра пеноблоков и 4 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 2 тонны щебня и 20 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2450 рублей, щебень стоит 620 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешевый вариант?

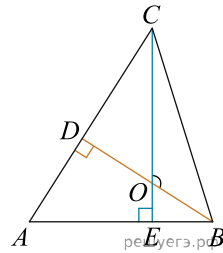
5. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC .



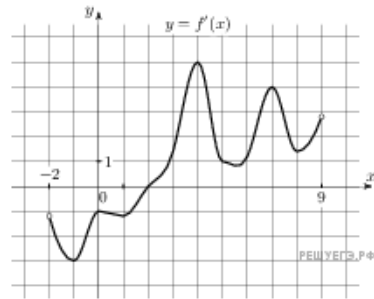
6. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 11 из них встречается вопрос по теме "Логарифмы". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме "Логарифмы".

7. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-9} = 4$.

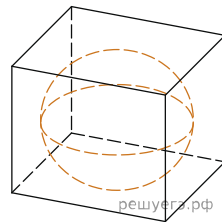
8. В треугольнике ABC угол A равен 41° , а углы B и C — острые, BD и CE — высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.



9. На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[2; 6]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



10. Куб описан около сферы радиуса 6. Найдите объем куба.



11. Найдите значение выражения $\log_5 7 \cdot \log_7 25$.

12. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому $P = \sigma ST^4$, где P — мощность излучения звезды, $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²К⁴ — постоянная, S — площадь поверхности звезды, а T — температура. Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{128} \cdot 10^{21}$ м², а мощность её излучения равна $1,14 \cdot 10^{26}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в градусах Кельвина.

13. В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 1. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.

14. Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 19 км. Путь из A в B занял у туриста 13 часов, из которых 6 часов ушёл на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

15. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 63)e^{x-62}$ на отрезке $[61; 63]$.

16. а) Решите уравнение $9^{\sin x} + 9^{-\sin x} = \frac{10}{3}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi]$.

17. Радиус основания конуса с вершиной P равен 6, а длина его образующей равна 9. На окружности основания конуса выбраны точки A и B , делящие окружность на две дуги, длины которых относятся как 1 : 3.

а) Докажите, что угол $\angle APB$ меньше 60° .

б) Найдите площадь сечения конуса плоскостью ABP .

18. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 3^x + \frac{54}{3^x} \geq 29, \\ \log_{x+3} \left(\frac{x+1}{4} \right) \leq 0. \end{cases}$$

19. Около остроугольного треугольника ABC описана окружность с центром O . На продолжении отрезка AO за точку O отмечена точка K так, что $\angle BAC + \angle AKC = 90^\circ$.

а) Докажите, что четырёхугольник $OBKC$ вписанный.

б) Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника $OBKC$, если $\cos \angle BAC = \frac{3}{5}$, а $BC = 48$.

20. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\sqrt{x^4 + (a-5)^4} = |x+a-5| + |x-a+5|$$

имеет единственное решение.

21. На окружности некоторым способом расставили натуральные числа от 1 до 21 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

- а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 11?
- б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 10?
- в) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k ?