

А. Ларин. Тренировочный вариант № 364.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{2}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

2. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны основания равны 4, боковые ребра равны 6. Точка M — середина ребра CC_1 , на ребре BB_1 отмечена точка N , такая, что $BN : NB_1 = 1 : 2$.

- а) Докажите, что плоскость AMN делит ребро DD_1 в отношении 1 : 5, считая от точки D .
 б) Найдите угол между плоскостями ABC и AMN .

3. Решите неравенство $\frac{10^x}{2 \log_2^2(x+1)^2 \cdot \log_3(x+2)} \leq \frac{(15 \cdot 3^x)^x}{9 \log_2^2(x+1)^2 \cdot \log_3(x+2)}$.

4. Строительство нового завода стоит 140 млн руб. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,2x^2 + 3x + 1$ млн руб. в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. руб. за единицу, то прибыль фирмы (в млн руб.) за один год составит $px - (0,2x^2 + 3x + 1)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. В первый год после постройки завода цена на продукцию $p = 7$ тыс. руб. за единицу. Каждый последующий год цена увеличивается на 2 тыс. руб. за единицу. За сколько лет окупится строительство завода?

5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Прямые B_1C_1 и BC пересекаются в точке P .

- а) Докажите, что треугольники PBC_1 и PB_1C подобны.
 б) Найдите расстояние от вершины A до точки пересечения высот треугольника ABC , если $BP = BB_1$, $\angle ABC = 80^\circ$, $BC = 2\sqrt{3}$, а точка B лежит между C и P .

6. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25|, \\ x - y = a \end{cases}$$

имеет более одного решения.

7. Вова задумал натуральное число a и посчитал сумму его цифр, эту сумму он обозначил b . Затем он посчитал сумму цифр числа b и обозначил ее через c . Оказалось, что среди чисел a , b и c нет одинаковых.

- а) Может ли $a + b + c = 3000$?
 б) Может ли $a + b + c = 2000$?
 в) Сколько существует четырехзначных чисел a , для которых $c = 4$?