

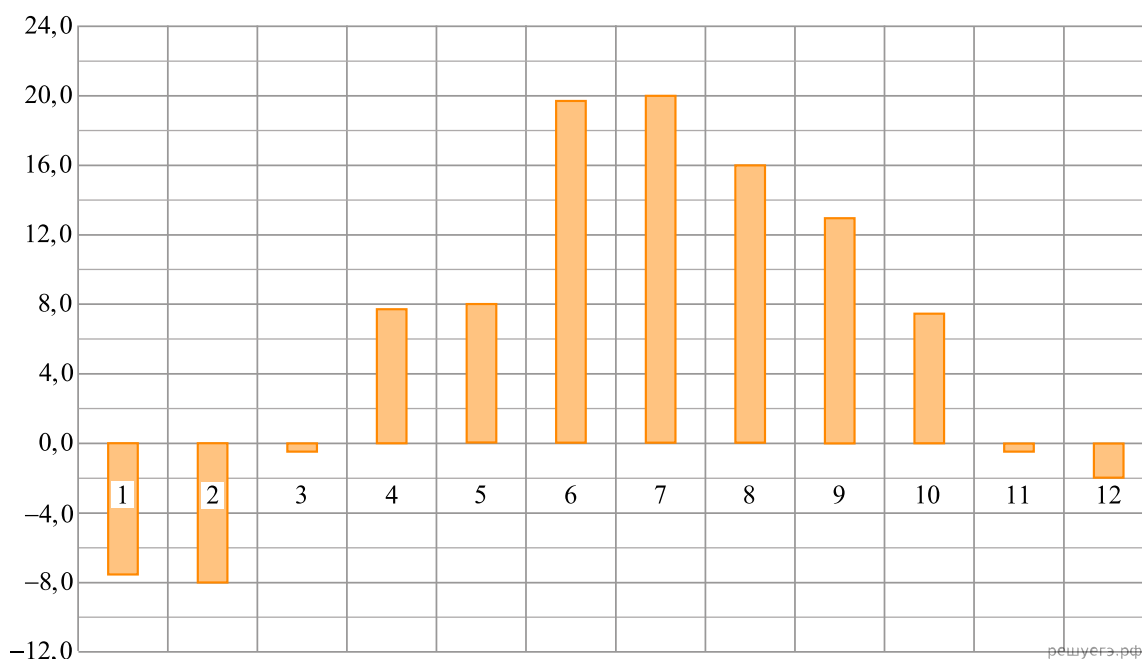
**ЕГЭ по математике 29.06.2021. Основная волна, резервный день. Центр.
Вариант 402**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

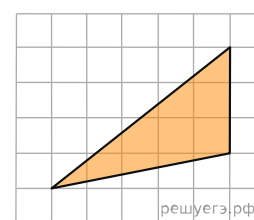
Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Призёрами городской олимпиады по математике стали 35 учеников, что составило 25% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 1999 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



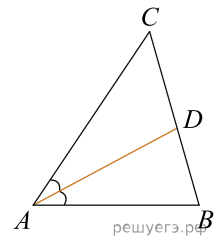
3. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



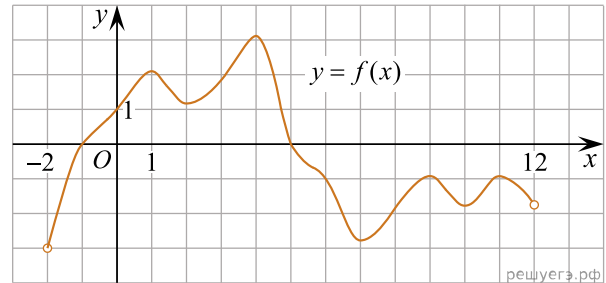
4. В группе туристов 6 человек. С помощью жребия они выбирают трёх человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист К., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

5. Найдите корень уравнения $(x + 2)^5 = 32$.

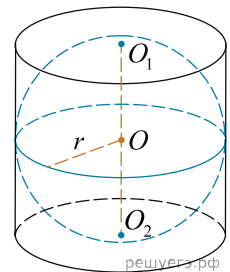
6. В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 50° , угол CAD равен 28° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



8. Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 6. Найдите площадь поверхности шара.



9. Найдите значение выражения $\sqrt{50} \cos^2 \frac{9\pi}{8} - \sqrt{50} \sin^2 \frac{9\pi}{8}$.

10. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 256 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

11. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B , расстояние между которыми равно 98 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 7 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость велосипедиста на пути из A в B . Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите точку минимума функции $y = 4x - \ln(x + 11) + 12$.

13. а) Решите уравнение $7 \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - 4\sqrt{3} \sin x \cos x = 4 \cos^3 x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$.

14. В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник ABC . На прямой AA_1 отмечена точка D так, что A_1 — середина AD . На прямой B_1C_1 отмечена точка E так, что C_1 — середина B_1E .

а) Докажите, что прямые A_1B_1 и DE перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми AB и DE , если $AB = 3$, а $AA_1 = 1$.

15. Решите неравенство $\frac{1}{3^x - 1} + \frac{9^{x+\frac{1}{2}} - 3^{x+3} + 3}{3^x - 9} \geq 3^{x+1}$.

16. Окружность с центром O , построенная на катете AC прямоугольного треугольника ABC как на диаметре, пересекает гипотенузу AB в точках A и D . Касательная проведенная к этой окружности в точке D , пересекает катет BC в точке M .

а) Докажите, что $BM = CM$.

б) Прямая DM пересекает прямую AC в точке P , прямая OM пересекает прямую BP в точке K .

Найдите $BK : KP$, если $\cos \angle BAC = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

17. 15 декабря 2024 года планируется взять кредит в банке на 17 месяцев. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 16-й (с января 2025 года по апрель 2026 года включительно) долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15 апреля 2026 года долг составит 400 тысяч рублей;
- 15 мая 2026 года долг должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1608 тысяч рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|a - 4|x^4 - 2ax^2 + |a - 30| = 0$$

имеет хотя бы два решения.

19. Первый член конечной геометрической прогрессии, состоящей из трехзначных натуральных чисел, равен 272. Известно, что в прогрессии не меньше трех чисел.

а) Может ли число 425 являться членом такой прогрессии?

б) Может ли число 680 являться членом такой прогрессии?

в) Какое наибольшее число может являться членом такой прогрессии?