

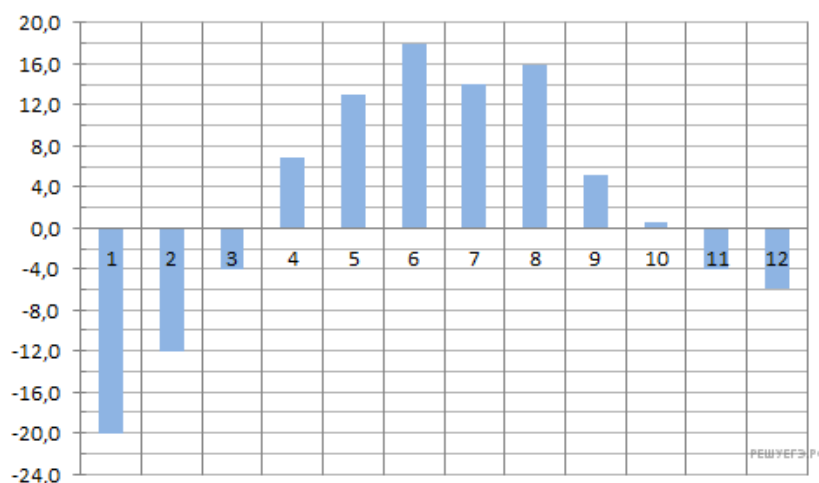
ЕГЭ по математике 07.06.2021. Основная волна. Подмосковье

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

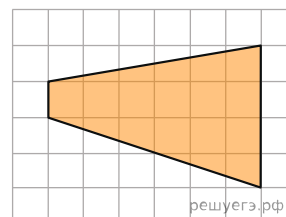
Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3300 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой в 1973 году.



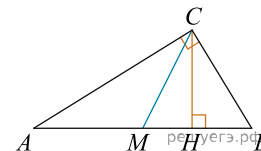
3. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



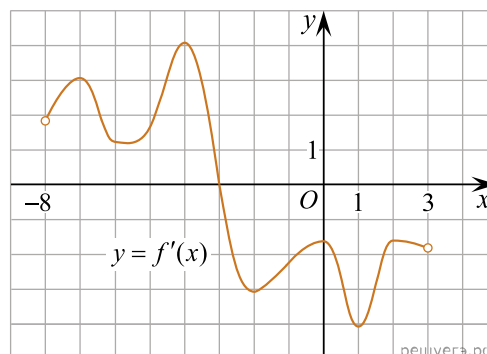
4. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по теме «Неравенства». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по теме «Неравенства».

5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$.

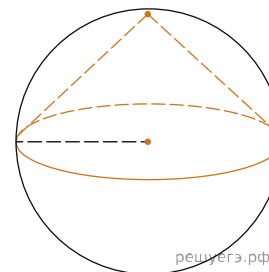
6. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен 40° . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



8. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.



9. Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$.

10. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление дается формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в омах.

11. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

12. Найдите точку минимума функции $y = 4x - 4 \ln(x + 7)$.

13. а) Решите уравнение $4 \sin^3 x + 2\sqrt{3} \cos 2x + 3 \sin x = 2\sqrt{3}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ проведена высота SH . K — середина ребра SD , N — середина ребра CD . Плоскость ABK пересекает ребро SC в точке P .

а) Докажите, что прямая PK делит отрезок NS пополам.

б) Найдите расстояние от точки P до плоскости ABS , если $SH = 15$, $CD = 16$.

15. Решите неравенство: $9^{\frac{1}{x}-1} + 2 \cdot 3^{\frac{1}{x}-1} - 3 \geq 0$.

16. Дана трапеция $ABCD$ с большим основанием AD , вписанная в окружность. Продолжение высоты трапеции BH пересекает окружность в точке K .

а) Докажите, что отрезки AC и AK перпендикулярны.

б) Найдите AD , если радиус описанной окружности равен 6, угол BAC составляет 30° , отношение площадей $BCNH$ к NKH равно 35, где N — точка пересечения отрезков AD и CK .

17. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 900 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 8% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года кредит должен быть погашен полностью.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - a^2| = |x - a| \sqrt{x^2 - 4ax + 5a}$$

имеет ровно два различных корня.

19. Даны три различных натуральных числа такие, что второе число равно сумме цифр первого, а третье — сумме цифр второго.

а) Может ли сумма трех чисел быть равной 420?

б) Может ли сумма трех чисел быть равной 419?

в) Сколько существует троек чисел, таких что: первое число — трехзначное, а последнее равно 5?