

А. Ларин. Тренировочный вариант № 355.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sqrt{2 \operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) \sin(3\pi - 2x)} = -\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; -\frac{\pi}{3} \right]$.

2. Основания шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ — правильные шестиугольники. Точки K, L и M — середины рёбер EF, CD и BB_1 соответственно.

а) Докажите, что плоскость KLM делит ребро FF_1 в отношении $1 : 5$, считая от точки F .

б) Найдите расстояние от центра основания $A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ до плоскости KLM , если призма правильная, $AB = 1$ и $AA_1 = 2\sqrt{3}$.

3. Решите неравенство $\frac{54^x \cdot \sqrt{3^{\frac{5x-10}{x+2}}}}{\sqrt{2x+9}} \leq \frac{81 \cdot 2^x \cdot (2x+9)^{-0.5}}{3^{\frac{x-2}{x+2}}}$.

4. Окружность, вписанная в треугольник ABC , делит медиану BM на три равные части.

а) Докажите, что $BC : CA : AB = 5 : 10 : 13$.

б) Найдите радиус вписанной окружности, если $BM = 12$.

5. 4 декабря 2020 года Ваня взял кредит на сумму 3 млн рублей. Условия возврата кредита таковы:

— 3-го числа каждого месяца долг возрастает на 10%;

— с 4-го по 25-е число каждого месяца, начиная с января 2021 года, необходимо погасить часть долга одним платежом;

— в период с 04.01.2021 по 25.01.2021 необходимо заплатить x тыс. руб.;

— с февраля по ноябрь 2021 года 26-го числа каждого месяца долг (вместе с начисленными процентами) должен быть меньше долга на 26-е число предыдущего месяца на одну и ту же величину;

— в период с 04.12.2021 по 25.12.2021 необходимо заплатить x тыс. руб.;

— к 26.12.2021 кредит должен быть полностью погашен.

Общая сумма выплат составит 5,06 млн руб. Найдите x .

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$17|x - a| + |a^2 - 7x + 12| + |a^2 + 2x - 15| = |2a^2 - 6a + x - 3| + |4|x| - |x + 3a||$$

имеет хотя бы один корень.

7. На доске было написано 30 натуральных чисел (не обязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Среднее арифметическое всех написанных чисел было равно 7. Вместо каждого из чисел на доске написали число, вдвое меньшее первоначального. Числа, оказавшиеся после этого меньше 1, с доски стёрли.

а) Могло ли среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, стать больше 14?

б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел стать больше 12, но меньше 13?

в) Найдите максимальное возможное значение среднего арифметического оставшихся на доске чисел.