

А. Ларин. Тренировочный вариант № 352.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\frac{1 + 2 \sin^2 x - 3\sqrt{2} \sin x + \sin 2x}{2 \sin x \cos x - 1} = 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

2. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник ABC со сторонами $AB = BC$, $AC = 4\sqrt{2}$. На ребре BB_1 выбрана точка K так, что $BK : B_1K = 2 : 3$. Угол между плоскостями ABC и AKC равен 45° .

- а) Докажите, что расстояние между прямыми AB и A_1C_1 равно боковому ребру призмы.
б) Найдите расстояние между прямыми AB и A_1C_1 , если $KC = 8$.

3. Решите неравенство $\frac{\log_{2x}(3x-1) \log_{3x}(2x-1)}{2^x - 4} \geq 0$.

4. Точки D и E — середины сторон AC и BC треугольника ABC соответственно. На отрезке DE как на диаметре построена окружность, пересекающая продолжения сторон AC и BC в точках M и N соответственно.

- а) Докажите, что биссектрисы углов MEN и NDM пересекаются на этой окружности.
б) Найдите MN , если известно, что $AB = 14$, $BC = 10$, $AC = 6$.

5. В распоряжении прораба имеется бригада рабочих в составе 28 человек. Их нужно распределить на строительство двух частных домов, находящихся в разных городах. Если на строительстве первого дома работает t человек, то их суточная зарплата составляет $5t^2$ д. е. Если на строительстве второго дома работает t человек, то их суточная зарплата составляет $3t^2$ д. е. Дополнительные суточные накладные расходы (транспорт, питание и т. п.) обходятся в 4 д. е. в расчёте на одного рабочего при строительстве первого дома и в 3 д. е. при строительстве второго дома. Как нужно распределить на эти объекты рабочих бригады, чтобы все выплаты на их суточное содержание (т. е. суточная зарплата и суточные накладные расходы) оказались наименьшими? Сколько д. е. в сумме при таком распределении составят все суточные затраты (на зарплату и накладные расходы)?

6. При каких x для любого y существует z такое, что

$$\sin(x + y + z) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \left|y + \frac{1}{2}\right| + \frac{\left|y - \frac{3}{2}\right|}{2 \cos x}?$$

7. Известно, что квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет два различных натуральных корня.

- а) Найдите все возможные значения p , если $q = 26$.
б) Найдите все возможные значения q , если $q + p = 72$.
в) Найдите все возможные значения корней уравнения, если $q^2 - p^2 = 2812$.