

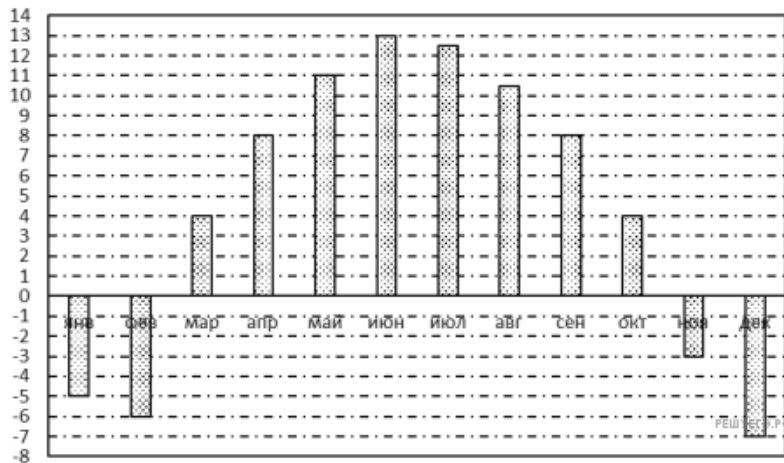
**Пробный вариант ЕГЭ по математике 18.03.21 Санкт-Петербург. Вариант №2**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

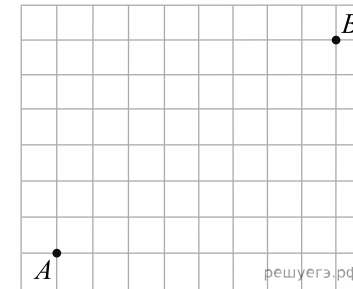
Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. В квартире установлен прибор учёта расхода горячей воды (счётчик). Показания на 1 марта составляли  $748 \text{ м}^3$  воды, а 1 апреля —  $756 \text{ м}^3$ . Сколько нужно заплатить за горячую воду за март, если стоимость  $1 \text{ м}^3$  горячей воды составляет 191 руб. 50 коп.?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в городе  $N$  за каждый месяц 2019 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, какова разница между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 2019 году. Ответ дайте в градусах.



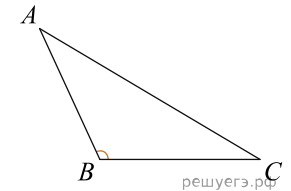
3. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  отмечены две точки  $A$  и  $B$ . Найдите длину отрезка  $AB$ .



4. Перед началом турнира по шахматам участников случайным образом разбивают на пары с помощью жребия. Всего зарегистрировано 46 шахматистов, среди которых 19 спортсменов из Санкт-Петербурга, в том числе и Алексей Журавлёв. Найдите вероятность, что Алексей Журавлёв будет играть с шахматистом из Санкт-Петербурга.

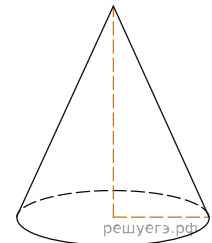
5. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{\frac{5}{3x-6}} = \frac{1}{6}$ .

6. В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  — тупой,  $AB = 7$ ,  $BC = 8$ . Найдите величину угла, противолежащего стороне  $AC$ , если площадь треугольника равна  $14\sqrt{3}$ . Ответ дайте в градусах.



7. Прямая  $y = -3x + 2$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x + 3$ . Найдите абсциссу точки касания.

8. Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличится в 3 раза, а высота останется прежней?



9. Вычислите  $\log_2 32 \cdot \log_5 125$ .

10. Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле  $S = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$  (м), где  $v_0 = 9$  м/с — начальная скорость мячика, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 4,05 м?

11. Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми 90 км, одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Известно, что за час мотоциклист проезжает на 16 км больше, чем велосипедист. Найдите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт  $B$  на 2 часа позже мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите точку минимума функции  $y = (x^2 + 8x + 8)e^{x+8}$ .

13. а) Решите уравнение  $2 \cos^2 x - \operatorname{ctg} x (\sin x + \operatorname{tg} x) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

14. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона основания равна 6, а боковое ребро равно 4. На ребрах  $BB_1$  и  $BC$  выбраны точки  $D$  и  $E$  соответственно так, что  $B_1D = BE = 1$ .

а) Докажите, что прямые  $A_1D$  и  $DE$  перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями  $A_1DE$  и  $BCC_1$ .

15. Решите неравенство  $\frac{1}{8} \log_2(x-2)^8 + \log_2(x+4) \geq 3$ .

16. В треугольнике  $MPK$  биссектриса угла  $K$  пересекает сторону  $MP$  в точке  $A$ . Окружность, описанная около треугольника  $AMK$  пересекает сторону  $PK$  в точке  $B$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABM$  равнобедренный.

б) Найдите площадь треугольника  $ABM$ , если  $MK = 9$ ,  $PK = 6$ ,  $MP = 5$ .

17. В январе 2020 года Василий взял кредит в банке на сумму 3 300 000 рублей. По договору с банком Василий должен был погасить долг двумя равными платежами в феврале 2021 года и феврале 2022 года, при условии, что в январе 2021 года и январе 2022 года сумма оставшегося долга увеличивается на 20%. В феврале 2021 года Василий сделал первую выплату в соответствии с договором. После этого ему удалось договориться с банком о рефинансировании кредита и уменьшить процент, на который сумма долга вырастет в январе 2022 года, до 16%. Какую сумму сэкономит Василий на рефинансировании своего кредита?

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{a \cdot 49^{x^2-0,5} + 2 \cdot 14^{x^2}}{2 \cdot 4^{x^2} - 14^{x^2}} = 2$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Полина записала несколько различных натуральных чисел, все цифры которых нечетны, после чего нашла сумму этих чисел и обозначила ее через  $S$ .

а) Может ли сумма цифр числа  $S$  быть нечетным числом, если Полина записала ровно четыре числа?

б) Может ли произведение цифр числа  $S$  быть нечетным числом, если  $S > 1000$ ?

в) Пусть десятичная запись числа  $S$  состоит из 2021 цифры. Какое наименьшее натуральное значение может принимать произведение цифр числа  $S$ ?