

А. Ларин. Тренировочный вариант № 348.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $4^{\operatorname{ctg} x \cdot \cos 3x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\cos 4x - \sin 3x}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right]$.

2. В прямом круговом цилиндре проведена образующая NN_1 , точка N лежит в нижнем основании. Отрезок KM_1 пересекает ось цилиндра, а точки K и M_1 лежат на окружностях нижнего и верхнего основания соответственно.

а) Докажите, что треугольник KNM_1 прямоугольный.

б) Найдите расстояние от точки N до прямой KM_1 , если $KN = 9$, $NN_1 = 20\sqrt{3}$, $N_1M_1 = 20$.

3. Решите неравенство $\log_9(x-7)^2 \cdot \log_{81}(x-3)^4 + \log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} \geq 3$.

4. К окружности, вписанной в квадрат $ABCD$, проведена касательная, пересекающая стороны AB и AD в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что периметр треугольника AMN равен стороне квадрата.

б) Прямая MN пересекает прямую BC в точке P . В каком отношении делит сторону AB (считая от точки B) прямая, проходящая через точку P и центр окружности, если $AN : ND = 1 : 2$.

5. Андрей как начинающий предприниматель 31 декабря взял в кредит некоторую сумму в беспроцентном банке «Aliquot Bank». Он планирует погасить кредит в течение года, ежемесячно возвращая долг по следующей схеме: в январе Андрей возвращает банку половину взятой суммы, в феврале он возвращает треть остатка, в марте он возвращает четверть остатка и так далее в течение года, в том числе и в ноябре. В декабре Андрей возвращает банку 100 тыс. руб. и полностью погашает долг. Какую сумму денег (в тыс. руб.) Андрей взял в этом банке?

6. Найти все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\log_{\frac{1}{a}}(\sqrt{x^2 + ax + 5} + 1) \cdot \log_5(x^2 + ax + 6) + \log_a 3 \geq 0$$

имеет одно решение.

7. На длинной лавочке сидят в ряд 50 человек, из них ровно 44 Владимира. Каждый загадывает желание, но сбывается оно только у тех, кто сидит между двумя Владимирами.

а) Какое наименьшее количество желаний может исполниться?

б) Может ли исполниться ровно 38 желаний?

в) Какое наибольшее количество желаний может исполниться?