А. Ларин. Тренировочный вариант № 347.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\dfrac{16^{\sin x}-3\cdot 4^{\frac{1}{2}}+\sin x+8}{\log_2(1-3\cos x)}=0.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{3\pi}{4};\dfrac{6\pi}{5}\right].$

2. Плоскость α перпендикулярна диагонали BD_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и проходит через вершину A. При этом $\operatorname{tg}\angle ADB=\sqrt{2}.$

а) Докажите, что плоскость α делит отрезок DC пополам.

б) Найдите угол между плоскостью α и основанием $ABCD$, если она проходит через вершину C_1.

3. Решите неравенство $\sqrt{x^2-4}\cdot 4^{\frac{1}{x}-1}\leqslant 2^{\frac{1}{x}-2}\cdot\sqrt{x^2-4}+\sqrt{9x^2-36}.$

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Точка F лежит на его стороне AD, причём прямые BF и CD параллельны, и прямые CF и AB параллельны.

а) Докажите, что отрезки BF и CF разбивают четырёхугольник $ABCD$ на три подобных треугольника.

б) Известно, что $AF = 1$, $DF = 4$. Найдите BC.

5. 15-го января планируется взять кредит в банке в размере S рублей на n месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину A меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Найдите n, S, A и общую сумму выплат после погашения кредита D, если известно, что четвёртая выплата составит 17 700 рублей, а девятая выплата — 16 200 рублей.

6. Найти все значения параметра a, при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x)=ax+|x^2-4x+3|$$

больше 1.

7. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и все их возможные произведения (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n, выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n, а остальные числа, равные n, стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 9, 12, 36.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 14, 21, 24, 28, 56, 84, 168?

в) Известно, что набор на доске состоит ровно из 31 числа и имеет вид 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, … , 1080, то есть известны семь первых и одно последнее числа набора. Приведите все возможные примеры задуманных чисел.