

### А. Ларин. Тренировочный вариант № 342.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x = |\cos x|$ .  
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[19\pi; \frac{41\pi}{2}\right]$ .

2. Основанием четырехугольной пирамиды  $SABCD$  является прямоугольник  $ABCD$ , причем  $AB = 3\sqrt{2}$ ,  $BC = 6$ . Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей прямоугольника. Из вершин  $A$  и  $C$  опущены перпендикуляры  $AP$  и  $CQ$  на ребро  $SB$ .

- а) Докажите, что  $P$  — середина  $BQ$ .  
 б) Найдите угол между плоскостями  $SBA$  и  $SBC$ , если  $SD = 9$ .

3. Решите неравенство  $\log_{2-5x} 3 + \frac{1}{\log_2(2-5x)} \leq \frac{1}{\log_6(6x^2 - 6x + 1)}$ .

4. В трапеции  $KLMN$  основания  $LM$  и  $KN$  равны 2 и 8 соответственно. Из точки  $E$ , лежащей на стороне  $MN$ , опущен перпендикуляр  $EF$  на сторону  $KL$ . Известно, что  $F$  — середина стороны  $KL$ ,  $FM = 3$  и что площадь четырехугольника  $KFEN$  в четыре раза больше площади четырехугольника  $LFEM$ .

- а) Докажите, что прямые  $FN$  и  $LE$  параллельны.  
 б) Найдите длину отрезка  $FN$ .

5. Имеется три пакета акций. Общее суммарное количество акций первых двух пакетов совпадает с общим количеством акций в третьем пакете. Первый пакет в 4 раза дешевле второго, а суммарная стоимость первого и второго пакетов совпадает со стоимостью третьего пакета. Одна акция из второго пакета дороже одной акции из первого пакета на величину, заключенную в пределах от 16 тыс. руб. до 20 тыс. руб., а цена акции из третьего пакета не меньше 42 тыс. руб. и не больше 60 тыс. руб. Определите, какой наименьший и наибольший процент от общего количества акций может содержаться в первом пакете.

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|x|} + 5|x| + 4 = 3y + 5x^2 + 3a, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

7. Маша задумала 6 различных натуральных чисел и проделывает с ними такую операцию: сначала находит среднее арифметическое первых двух чисел, затем — среднее арифметическое полученного результата и третьего числа, после — среднее арифметическое полученного результата и четвертого числа, затем — среднее арифметическое полученного числа и пятого числа, и наконец — среднее арифметическое полученного результата и шестого числа. Полученный результат она обозначает через  $M$ . Далее Маша находит число  $A$  — среднее арифметическое исходных чисел.

- а) Возможно ли, что  $A = M$ ?  
 б) Возможно ли, что  $M = 6A$ ?  
 в) Найдите наибольшее натуральное значение  $n$ , для которого возможно, что  $M = nA$ .