

А. Ларин. Тренировочный вариант № 341.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_{\sqrt{2}\sin x}(1 + \cos x) = 2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

2. В правильной четырёхугольной пирамиде $FABCD$ с вершиной F сторона основания равна $9\sqrt{2}$, боковое ребро равно 15. Точка N делит высоту пирамиды в отношении $2 : 1$, считая от вершины F . Через точки B и N параллельно прямой AC проведена плоскость γ , пересекающая ребро DF в точке M .

- а) Докажите, что точка M — середина отрезка DF .
 б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью γ .

3. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x}}(x - 2)^2 + 1 \leq \log_x^2(2x - x^2)$.

4. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , которой $AB = CD$, $AC = AD$, $\angle CAD = \angle CDM$, а M — середина основания BC .

- а) Докажите, что острый угол при основании трапеции равен 75° .
 б) Найдите площадь трапеции, если ее меньшее основание равно 2.

5. В июле 2021 года планируется взять кредит на сумму 21 млн рублей на 7 лет (последняя выплата запланирована в 2028 году). Условия его возврата таковы:

- пока долг больше половины, каждый январь он возрастает на $p\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- если долг не превышает половины исходной суммы, то каждый январь долг возрастает на 6% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь надо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите p , если общая сумма выплат составит 24,72 млн рублей.

6. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\left(\sqrt{x^2 - 3ax + 8} + \sqrt{x^2 - 3ax + 6}\right)^x + \left(\sqrt{x^2 - 3ax + 8} - \sqrt{x^2 - 3ax + 6}\right)^x = 2(\sqrt{2})^x$$

имеет единственное решение.

7. В натуральном числе каждая цифра, кроме первой и последней, меньше среднего арифметического соседних с ней цифр.

- а) Приведите пример такого четырёхзначного числа.
- б) Приведите пример такого шестизначного числа.
- в) Найдите наибольшее такое число.