

А. Ларин. Тренировочный вариант № 338.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2 \log_3^2(8 \sin x - \sqrt{3}) - 7 \log_3(8 \sin x - \sqrt{3}) + 6 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

2. Две боковые грани пирамиды, в основании которой лежит ромб, перпендикулярны к плоскости основания.

а) Докажите, что две другие боковые грани образуют равные двугранные углы с плоскостью основания.

б) Найдите объем пирамиды, если боковые грани, перпендикулярные к плоскости основания, образуют двугранный угол 120° , а боковая грань, составляющая с плоскостью основания угол в 30° , имеет площадь 36 см^2 .

3. Решите неравенство $\frac{9^x - 5 \cdot 12^x + 4^{2x+1}}{\log_2(6x^2 - 11x + 4)} \leq 0$.

4. В выпуклом четырехугольнике $KLMN$ точки P и Q — середины сторон NK и LM соответственно. Диагональ KM делит точку пересечения отрезков PQ пополам.

а) Докажите, что площадь четырехугольника $KLMN$ в 4 раза больше площади треугольника PMN .

б) Найдите синус угла между диагоналями четырехугольника, вершинами которого служат середины сторон четырехугольника $KLMN$, если площадь PMN равна $6\sqrt{3}$, $KM = 12$, $NL = 8$.

5. В каждом из двух комбинатов работает по 1000 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену три детали A или одну деталь B . На втором комбинате для изготовления $10t$ деталей (как A , так и B) требуется t^2 человеко-смен. Оба комбината поставляют детали на завод, где из деталей собирают изделие, для изготовления которого нужны одна деталь A и три детали B . При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее число изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать завод за смену?

6. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(|y| - x - 2)(x^2 - 4x + y^2 + 2)}{x + 2} = 0, \\ y = \sqrt{a - 3} \cdot x \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

7. а) Существует ли такое натуральное число n , что числа n^2 и $(n + 17)^2$ имеют одинаковые остатки при делении на 69?

б) Существует ли такое натуральное число n , что числа n^2 и $(n + 17)^2$ имеют одинаковые остатки при делении на 68?

в) Пусть $k(m)$ — количество трехзначных натуральных чисел n , таких, что числа n^2 и $(n + m)^2$ имеют одинаковые остатки при делении на 68, причем m — двузначное натуральное число. Определите наименьшее значение k , отличное от нуля.