

**А. Ларин. Тренировочный вариант № 337.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $2021^{\sin^4 x + \cos^4(x - \frac{\pi}{4})} = \sqrt[4]{2020 + (\sin x + \cos x)^2} - \sin 2x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -\frac{\pi}{\log_{2020} 4080400}; 3 \log_{2021} (2010 + \lg 10^{11})^\pi \right]$ .

2. Длина ребра куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равна 2021. На ребрах  $AD$  и  $B_1 C_1$  взяты соответственно точки  $M$  и  $Q$ , а на ребре  $CD$  — точки  $P$  и  $N$  так, что  $AM = C_1 Q = CP = PN = \frac{2021}{3}$ .

- а) Докажите, что тангенс угла между прямыми  $MP$  и  $QN$  равен  $3\sqrt{3}$ .
- б) Найдите расстояние между прямыми  $MP$  и  $QN$ .

3. Решите неравенство  $\frac{2021^{\log_3(2x^2-x)}}{2020 + \lg 10^{\sin^2 x + \cos^2 x}} \leq \frac{1}{2021^{-\log_3(6x-3) + \log_3^2 x}}$ .

4. Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $K$  так, что их центры расположены по разные стороны от прямой, содержащей отрезок  $AK$ . Точки  $B$  и  $C$  лежат на разных окружностях. Прямая, содержащая отрезок  $AB$ , касается одной окружности в точке  $A$ . Прямая, содержащая отрезок  $AC$ , касается другой окружности также в точке  $A$ .

- а) Докажите, что углы  $AKC$  и  $AKB$  равны.
- б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $BK = 1$ ,  $CK = 4$ , а тангенс угла  $CAB$  равен  $\frac{1}{\sqrt{15}}$ .

5. Мороз Иванович для покупки новогодних подарков планирует в декабре взять кредит на целое число тысяч рублей на четыре года на следующих условиях:

- в июле каждого года действия кредита долг Мороза Ивановича возрастает на 10% по сравнению с началом года;
- в конце первого и третьего годов Мороз Иванович выплачивает только проценты по кредиту, начисленные за соответствующий текущий год;
- в конце второго и четвертого годов Мороз Иванович выплачивает одинаковые суммы, погашая к концу четвертого года весь долг полностью.

Найдите наименьший размер кредита в тыс. руб., при котором общая сумма выплат превысит 2021 тыс. руб.

6. Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$a^2 + (x - 2021)^2 = |a - x + 2021| - |a + x - 2021|$$

имеет ровно два решения.

7. Дана бесконечная последовательность натуральных чисел, в которой  $k$ -й член задается формулой  $a_k = 2k - 1$ , где  $k \in \mathbb{N}$ ,  $k \geq 1$ . Далее рассматриваются суммы нескольких (не менее двух) слагаемых из некоторого набора идущих подряд членов этой последовательности. Может ли такая сумма быть равной:

- а) 2021?
- б) 289?
- в) квадрату натурального числа?
- г) кубу натурального числа?