А. Ларин. Тренировочный вариант № 335.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $16\cdot\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)=13.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; 3\pi].$

2. Основание ABC правильной треугольной пирамиды $SABC$ вписано в нижнее основание цилиндра, а вершина S расположена на оси O_1O_2 цилиндра (точка O_1 — центр верхнего основания, точка O_2 — центр нижнего основания). Объем цилиндра равен 21π, а объем пирамиды $3\sqrt{3}.$

а) Докажите, что $SO_1 : SO_2 = 3 : 4.$

б) Найдите расстояние между прямыми AC и SB, если радиус основания цилиндра равен $2\sqrt{3}.$

3. Решите неравенство $\left|\log_{x+1}\sqrt{(x-2)^4}+2\right|\geqslant -3+\log_{\frac{1}{x+1}}\sqrt{(x-2)^6}.$

4. Отрезки AK, BL, CN — высоты остроугольного треугольника ABC. Точки P и Q — проекции точки N на стороны AC и BC соответственно.

а) Докажите, что прямые PQ и KL параллельны.

б) Найдите площадь четырехугольника $PQKL$, если известно, что $CN = 12$, $AC = 13$, $BC = 15$.

5. Необходимо произвести отделку здания, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда объемом 432 м^3. Отделка стены здания, примыкающей к внутреннему строению, обходится в 1000 руб. за квадратный метр. Отделка трех фасадных стен обходится в 2000 руб. за квадратный метр. А заливка крыши, форма которой является квадратом, обходится в 7000 руб. за квадратный метр. Найдите размеры здания, отделочные работы которого при данных условиях являются наименьшими по стоимости.

6. Найдите все значения a, при которых неравенство

$$\cos x-2\sqrt{x^2+9}\leqslant-\frac{x^2+9}{a+\cos x}-a$$

имеет единственное решение.

7. Имеется m одинаковых шоколадок, которые можно разделить поровну на n школьников. Каждую шоколадку разрешается разломить не более одного раза (необязательно на равные части).

а) Возможно ли требуемое при $m = 18$, $n = 27$?

б) Возможно ли требуемое при $m = 18$, $n = 28$?

в) При каких n требуемое возможно, если $m = 14$?