

А. Ларин. Тренировочный вариант № 333. (часть С).

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_{-x^2-32x+33}(2x^2+136) = \frac{1}{\log_{-33x}((1-x)(x+33))}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\sqrt{333}; -\sqrt{33}]$.

2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ (S — вершина, BD — диагональ основания) образует угол 45° с плоскостью основания, сторона которого равна 4. Через среднюю линию треугольника ABD , не пересекающую BD и середину высоты пирамиды, проведена плоскость α .

- а) Постройте сечение пирамиды плоскостью α и докажите, что плоскость α перпендикулярна ребру SC .
 б) Найдите объем пирамиды $SKLM$, где K, L и M точки пересечения плоскости α соответственно с ребрами SB, SD и SC .

3. Решите неравенство $333^3 + 3x^2 \cdot 333 + 3^{\log_x(x-333)} \geq x^3 + 3^3 \cdot x \cdot 12321$.

4. Три точки A, B и C разбивают окружность на три дуги. Каждая из дуг разбивается на три равные части так, что на окружности последовательно стоят точки $A, A_1, A_2, B, B_1, B_2, C, C_1, C_2$.

- А) Докажите, что точки пересечения прямых A_1B_2, B_1C_2 и C_1A_2 образуют равносторонний треугольник.
 Б) Найдите стороны этого треугольника, если $AC = 1, BC = 2, AB = \sqrt{3}$.

5. В 33-ем году нашей эры в Иерусалимском банке был открыт вклад на 33 серебрянника под 10% годовых. В пятом веке сразу после начисления процентов из-за нестабильной политической обстановки Иерусалимский банк вводит ежегодную пошлину на хранение любого вклада, зафиксировав размер пошлины как 0,1% от величины вклада на момент введения пошлины. В 15 веке сразу после начисления процентов за вычетом пошлины из-за девальвации (обесценивания) серебрянника пошлину отменили, а вклад конвертировали (перевели) в золото по ставке 10 серебрянников за один золотой, округлив получившееся число золотых до ближайшего целого. Процентную ставку для золотых повысили до 20% годовых, однако первое начисление состоялось только век спустя после конвертации (перевода). Сколько золотых удалось снять со счёта при его закрытии из-за Первой Мировой войны 1914–1918 годов 20 века?

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3^3 + 3a = 3x^3(x+3) + 3x^2 - 3x^3 + (a+3)(y+3+x)(y+3-x), \\ 3 = y + \sqrt{3(1-3y-x)} - 3y + x(1-x) \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

7. На асфальте мелом написали в ряд 333 цифры 3 и расставили между некоторыми из них знаки «плюс» и «минус».

- А) Может ли значение полученного числового выражения равняться 333?
 Б) У значения полученного выражения сложили все цифры, затем с полученным значением сделали то же самое, и так 3 раза. Могло ли в итоге получиться число 33?
 В) Найдите все числа, которые могли получиться после 33-х переходов, описанных в пункте б).