

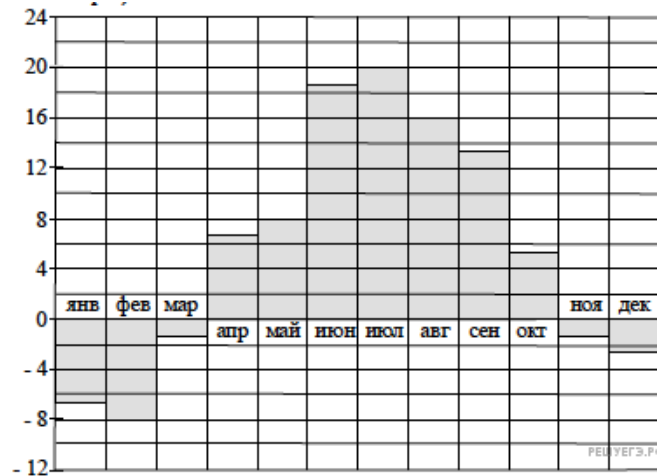
Работа доступна: по 01.12.2020 16:00 (МСК)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

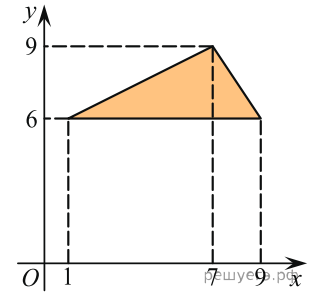
Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 41 поездку. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 580 рублей, а разовая поездка — 20 рублей?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, в каком месяце среднемесячная температура впервые превысила 16 °С. В ответе запишите номер месяца. (Например, ответ 1 обозначает январь.)



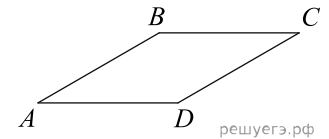
3. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1; 6), (9; 6), (7; 9).



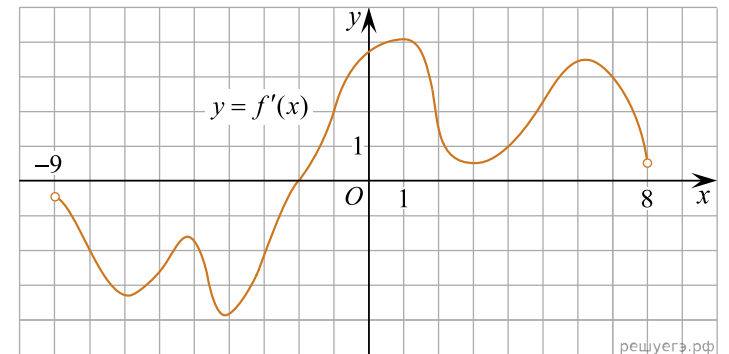
4. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 8, но не дойдя до отметки 11 часов.

5. Найдите корни уравнения: $\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

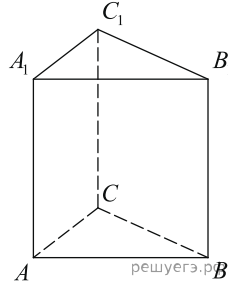
6. Найдите площадь ромба, если его высота равна 2, а острый угол 30°.



7. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. В какой точке отрезка $[1; 7]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение.



8. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, A_1, B_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 5.

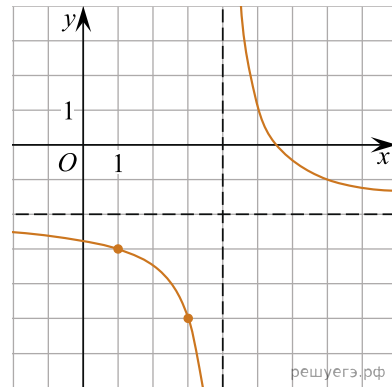


9. Найдите значение выражения $3p(a) - 6a + 7$, если $p(a) = 2a - 3$.

10. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 190$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее, чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближлся к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ выразите в м/с.

11. Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, вторую треть — со скоростью 120 км/ч, а последнюю — со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

12. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{kx + a}{x + b}$. Найдите k .



13. а) Решите уравнение $2 \sin^2 x - \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. В правильной четырехугольной пирамиде $PABCD$ проведена высота PH . N — середина отрезка AH , M — середина ребра AP .

а) Докажите, что угол между прямыми PH и BM равен углу BMN .

б) Длины всех ребер данной пирамиды равны между собой. Найдите угол между прямыми PH и BM .

15. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}((4-x)(x^2+29)) \leq \log_{\frac{1}{3}}(x^2-10x+24) + \log_{\frac{1}{3}}(7-x)$.

16. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD . Точки M и N являются серединами сторон AB и CD соответственно. Окружность, проходящая через точки B и C , пересекает отрезки BM и CN в точках P и Q (отличных от концов отрезков).

а) Докажите, что точки M, N, P и Q лежат на одной окружности.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника MPQ , если прямая DP перпендикулярна прямой PC , $AB = 25$, $BC = 3$, $CD = 28$, $AD = 20$.

17. Михаил планирует 15-го декабря взять в банке кредит на 3 года в размере 364 000 рублей. Сотрудник банка предложил Михаилу два различных плана погашения кредита, описание которых приведено в таблице.

План 1	<ul style="list-style-type: none"> — каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года; — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; — кредит должен быть полностью погашен за три года тремя равными платежами.
План 2	<ul style="list-style-type: none"> — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца; — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; — 15-го числа каждого месяца с 1-го по 36-й долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на одну и ту же сумму; — к 15-му числу 36-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей меньше окажется общая сумма выплат Михаила банку по более выгодному плану погашения кредита?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система $\begin{cases} x^2 - 2x + |y| - 15 = 0, \\ x^2 + (y - 2a)(y + 2a) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \end{cases}$ имеет ровно 6 решений.

19. В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 4 письма, или 21 письмо, причём и тех, и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

- а) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?
- б) Какое наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?
- в) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Каково наибольшее возможное количество девушек в такой группе?