

А. Ларин. Тренировочный вариант № 323. (часть С).

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_2(x^2 - 5) \cdot \log_3^2(7 - x) + 3\log_2(x^2 - 5) - 2\log_3^2(7 - x) - 6 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\log_2 \frac{1}{7}; \log_2 9\right]$.

2. В треугольной пирамиде $SABC$ точка E — середина ребра SA , точка F — середина ребра SB , O — точка пересечения медиан треугольника ABC .

а) Докажите, что плоскость CEF делит отрезок SO в отношении $3 : 2$, считая от вершины S .

б) Найдите косинус угла между плоскостями CEF и EFT , если точка T — середина SC , пирамида $SABC$ правильная, площадь треугольника ABC равна $27\sqrt{3}$, а $SB = 10$.

3. Решите неравенство $\sqrt{4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 25} + \sqrt{9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 17} \leq 2^x - 5$.

4. Точка O_1 — центр вписанной окружности равнобедренного треугольника ABC , а точка O_2 — центр внеписанной окружности, касающейся основания BC .

а) Докажите, что расстояние от середины отрезка O_1O_2 до точки C вдвое меньше O_1O_2 .

б) Известно, что радиус первой окружности в пять раз меньше радиуса второй. В каком отношении точка касания первой окружности с боковой стороной треугольника делит эту сторону?

5. Борис и Иван вложили деньги в общий бизнес. После этого один из них добавил ещё 1 миллион рублей, в результате чего его доля в бизнесе увеличилась на 0,05, а когда он добавил ещё 1 миллион рублей, его доля увеличилась ещё на 0,04. Сколько миллионов рублей ему ещё нужно добавить, чтобы увеличить свою долю ещё на 0,06?

6. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{4 - 2x + y} = 2, \\ a(x^2 + 3y + 1)^2 - (a + 1)(x^2 + 3y + 1) - 2a - 1 = 0 \end{cases}$$

имеет не более трех решений.

7. На доске было написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых больше 2, но не превосходит 42. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 6. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньше первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 2, с доски стерли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 10?

б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске оказаться больше 8, но меньше 9?

в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.