

ЕГЭ по математике 25.07.2020. Основная волна, резервный день.
Вариант 3

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_3(x^2 - 2x) = 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_2 0, 2; \log_2 5]$.

2. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, в которой сторона основания $AB = 8$, боковое ребро $AA_1 = 2\sqrt{2}$. Точка Q — точка пересечения диагоналей грани ABB_1A_1 , точки M, N и K — середины BC, CC_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что точки Q, M, N и K лежат в одной плоскости.

б) Найдите площадь сечения QMN .

3. Решите неравенство $45^x - 27^x - 18 \cdot 15^x + 2 \cdot 9^{x+1} + 81 \cdot 5^x - 3^{x+4} \leq 0$.

4. К окружности с диаметром $AB = 6$ проведена касательная BC так, что $BC = 3\sqrt{2}$. Прямая AC вторично пересекает окружность в точке D . Точка E диаметрально противоположна точке D . Прямые ED и BC пересекаются в точке F .

а) Докажите, что $BD^2 = CD \cdot BE$.

б) Найдите площадь треугольника FBE .

5. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S тысяч рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2025	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028
Долг (в тыс. рублей)	S	$0,7S$	$0,3S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет не меньше 120 тысяч рублей.

6. Найдите все значения параметра α , при каждом из которых уравнение $x^4 \cos \alpha + 2x^2 \sin \alpha + \cos \alpha = 0$ имеет ровно два различных решения.

7. а) Существуют ли натуральные числа m и n , такие, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + mx + n$ равен 17?

б) Существуют ли натуральные числа m и n , такие, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + mx + n$ равен 54?

в) Какое наименьшее значение принимает дискриминант D квадратного трехчлена $x^2 + (3m+n)x + (3n+m)$, если известно, что числа m, n и D — натуральные?