

**ЕГЭ по математике 24.07.2020. Основная волна, резервный день. Вариант 2**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{3}{\cos x} + 2 = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

2. Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , в которой  $AB = 1$  и  $AA_1 = 3$ . Точки  $O$  и  $O_1$  являются центрами окружностей, описанных около треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  соответственно. На ребре  $CC_1$  отмечена точка  $M$  такая что  $CM = 2$ .

а) Докажите, что прямая  $OO_1$  содержит точку пересечения медиан треугольника треугольника  $ABM$ .

б) Найдите объем пирамиды  $ABMC_1$ .

3. Решите неравенство  $2 \cdot 20^x - 17 \cdot 10^x - 2 \cdot 8^x + 8 \cdot 5^x + 17 \cdot 4^x - 2^{x+3} \leq 0$ .

4. На боковой стороне  $CD$  трапеции  $ABCD$  отмечена точка  $M$ , которая является серединой этой стороны.

а) Докажите, что  $S_{ABM} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$ .

б) На стороне  $CD$  отмечена точка  $K$ , такая, что  $S_{BKC} = \frac{1}{2}S_{AKD}$ , причем  $AD = 2BC$ . Расстояние от точки  $D$  до прямой  $AB$  равно 15. Найдите расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$ .

5. Планируется открыть вклад на 4 года, положив на счет целое число млн рублей. В конце каждого года он увеличивается на 10%, а в начале третьего и четвертого года вклад пополняется на 5 млн рублей. Найдите наименьший первоначальный вклад, при котором начисленные проценты за весь срок будут более 10 млн рублей.

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 + 2ax - a^2, \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

7. По кругу стоят несколько детей, среди которых есть хотя бы 2 мальчика и хотя бы две девочки. У каждого из детей есть натуральное число конфет. У любых двух мальчиков одинаковое количество конфет, а у любых двух девочек — разное. По команде каждый отдал соседу справа одну треть или одну четвертую своих конфет. После этого у любых двух мальчиков стало разное количество конфет, а у любых двух девочек — одинаковое. Известно, что каждый отдал натуральное число конфет.

а) Возможно ли, чтобы мальчиков было столько же, сколько и девочек?

б) Могло ли быть ровно 4 мальчика?

в) Могло ли быть ровно 10 мальчиков?