

## Задания 16 ЕГЭ–2020

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

**1.** Две окружности касаются внутренним образом в точке  $C$ . Вершины  $A$  и  $B$  равнобедренного прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$  лежат на большей и меньшей окружностях соответственно. Прямая  $AC$  вторично пересекает меньшую окружность в точке  $D$ . Прямая  $BC$  вторично пересекает большую окружность в точке  $E$ .

- а) Докажите, что  $AE$  параллельно  $BD$ .
- б) Найдите  $AC$ , если радиусы окружностей равны 8 и 15.

**2.** Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . На катете  $AC$  отмечена точка  $M$ , а на продолжении катета  $BC$  за точку  $C$  — точка  $N$  так, что  $CM = CB$  и  $CA = CN$ .

- а) Пусть  $CH$  и  $CF$  — высоты треугольников  $ABC$  и  $NMC$  соответственно. Докажите, что  $CF$  и  $CH$  перпендикулярны.
- б) Пусть  $L$  — это точка пересечения  $BM$  и  $AN$ ,  $BC = 2$ ,  $AC = 5$ . Найдите  $ML$ .

**3.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точка  $M$  лежит на катете  $AC$ , а точка  $N$  лежит на продолжении катета  $BC$  за точку  $C$ , причем  $CM = BC$  и  $CN = AC$ .

- а) Отрезки  $CH$  и  $CF$  — высоты треугольников  $ACB$  и  $NCM$  соответственно. Докажите, что прямые  $CH$  и  $CF$  перпендикулярны.
- б) Прямые  $BM$  и  $AN$  пересекаются в точке  $L$ . Найдите  $LM$  если  $BC = 4$ , а  $AC = 8$ .

**4.** На сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $C_1$ ,  $A_1$  и  $B_1$  соответственно, причём  $AC_1 : C_1B = 8 : 3$ ,  $BA_1 : A_1C = 1 : 2$ ,  $CB_1 : B_1A = 3 : 1$ . Отрезки  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $D$ .

- а) Докажите, что  $ADA_1B_1$  — параллелограмм.
- б) Найдите  $CD$ , если отрезки  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны,  $AC = 28$ ,  $BC = 18$ .

**5.** На сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $C_1$ ,  $A_1$  и  $B_1$  соответственно, причём  $AC_1 : C_1B = 21 : 10$ ,  $BA_1 : A_1C = 2 : 3$ ,  $AB_1 : B_1C = 2 : 5$ . Отрезки  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $D$ .

- а) Докажите, что четырёхугольник  $ADA_1B_1$  — параллелограмм.
- б) Найдите  $CD$ , если отрезки  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны,  $AC = 63$ ,  $BC = 25$ .

**6.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоту  $CC_1$  и медиану  $AA_1$ . Оказалось, что точки  $A$ ,  $A_1$ ,  $C$ ,  $C_1$  лежат на одной окружности.

- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.
- б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AA_1 : CC_1 = 5 : 4$  и  $A_1C_1 = 4$ .

**7.** В треугольнике  $ABC$  провели высоту  $CC_1$  и медиану  $AA_1$ . Оказалось, что точки  $A$ ,  $A_1$ ,  $C$ ,  $C_1$  лежат на одной окружности.

- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.
- б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AA_1 : CC_1 = 3 : 2$  и  $A_1C_1 = 2$ .

**8.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоту  $CC_1$  и медиану  $AA_1$ . Оказалось, что точки  $A, A_1, C, C_1$  лежат на одной окружности.

- Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.
- Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AA_1 : CC_1 = 4 : 3$  и  $A_1C_1 = 6$ .

**9.** В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $120^\circ$ . Прямые, содержащие высоты  $BM$  и  $CN$  треугольника  $ABC$ , пересекаются в точке  $H$ . Точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

- Докажите, что  $AH = AO$ .
- Найдите площадь треугольника  $AHO$ , если  $BC = \sqrt{15}$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ .

**10.** Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника  $ABC$  вторично пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке  $L$ . Прямая, проходящая через точку  $L$  и середину  $N$  гипотенузы  $AB$ , пересекает катет  $BC$  в точке  $M$ .

- Докажите,  $\angle BML = \angle BAC$ .
- Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AB = 20$  и  $CM = 3\sqrt{5}$ .

**11.** На боковой стороне  $CD$  трапеции  $ABCD$  отмечена точка  $M$ , которая является серединой этой стороны.

- Докажите, что  $S_{ABM} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$ .

б) На стороне  $CD$  отмечена точка  $K$ , такая, что  $S_{BKC} = \frac{1}{2}S_{AKD}$ , причем  $AD = 2BC$ . Расстояние от точки  $D$  до прямой  $AB$  равно 10. Найдите расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$ .

**12.** На боковой стороне  $CD$  трапеции  $ABCD$  отмечена точка  $M$ , которая является серединой этой стороны.

- Докажите, что  $S_{ABM} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$ .

б) На стороне  $CD$  отмечена точка  $K$ , такая, что  $S_{BKC} = \frac{1}{2}S_{AKD}$ , причем  $AD = 2BC$ . Расстояние от точки  $D$  до прямой  $AB$  равно 15. Найдите расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$ .

**13.** Прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$  вписан в окружность. Биссектриса угла  $A$  пересекает описанную окружность в точке  $A_1$ , биссектриса угла  $B$  пересекает описанную окружность в точке  $B_1$ , биссектриса угла  $C$  пересекает описанную окружность в точке  $C_1$ .

- Докажите, что угол  $A_1BB_1 = 45^\circ$ .
- Известно, что  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  $\angle A = 60^\circ$ . Найдите  $B_1C_1$ .

**14.** К окружности с диаметром  $AB = 10$  проведена касательная  $BC$  так что  $BC = 5$ . Прямая  $AC$  вторично пересекает окружность в точке  $D$ . Точка  $E$  диаметрально противоположна точке  $D$ . Прямые  $ED$  и  $BC$  пересекаются в точке  $F$ .

- Докажите, что  $BD^2 = CD \cdot BE$ .
- Найдите площадь треугольника  $FBE$ .