

ЕГЭ по математике 10.07.2020. Основная волна. Вариант 409

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

2. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $SA = 7$. Точка M лежит на ребре BC , причем $BM = 1$, точка K лежит на ребре SC , причем $SK = 4$.

- а) Докажите, что плоскость MKD перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
б) Найдите объем пирамиды $CDKM$.

3. Решите неравенство $x^2 \log_{625}(x+2) \geq \log_5(x^2 + 4x + 4)$.

4. В остроугольном треугольнике ABC провели высоту CC_1 и медиану AA_1 . Оказалось, что точки A, A_1, C, C_1 лежат на одной окружности.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AA_1 : CC_1 = 5 : 4$ и $A_1C_1 = 4$.

5. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 250 000 рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 150 000 рублей, а второй год — 180 000 рублей.

6. Найдите все положительные значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} \sqrt{4x - x^2} = \sqrt{4ay - a^2y^2}, \\ y = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

7. В наборе 100 гирек весом 1,2, ..., 100 граммов. Их разложили на две кучки, так что в каждой кучке есть хотя бы одна гирька. Потом из второй кучки переложили одну гирьку в первую кучку. В результате средняя масса гирьки в первой кучке увеличилась ровно на один грамм.

- а) Могла ли первая кучка (до перекладывания) состоять из гирек с весами 1 г, 5 г, 9 г?
б) Мог ли средний вес гирек в первой кучке до перекладывания равняться 7,5 граммов?
в) Какое максимальное количество гирек могло быть первоначально в первой кучке?