

А. Ларин. Тренировочный вариант № 318. (Часть С)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - \sin 2x) = x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

2. На боковом ребре SA правильной треугольной пирамиды $SABC$ взята точка D , через которую проведено сечение пирамиды, пересекающее апофемы граней SAC и SAB в точках M и N . Известно, что прямые DM и DN образуют углы β с плоскостью основания пирамиды, а величины углов DMS и DNS равны α , $\left(\alpha < \frac{\pi}{2}\right)$.

- а) Докажите, что секущая плоскость параллельна ребру BC .
 б) Найдите угол MDN , если $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$.

3. Решите неравенство $\log_{x+3}(2x^2 - 20x + 48) \geq \log_{x+3}(x^2 - 9)$.

4. Окружность с центром O , вписанная в прямоугольный треугольник ABC , касается гипотенузы AB в точке M , а катета AC — в точке N , $AC < BC$. Прямые MN и CO пересекаются в точке K .

- а) Докажите, что угол CKN в два раза меньше угла ABC .
 б) Найдите BK , если $BC = 2\sqrt{2}$.

5. 15 декабря планируется взять кредит в банке на 480 тысяч рублей на 27 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа первые два месяца и последний месяц долг должен уменьшиться на a тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на b тысяч рублей.

Найдите a , если всего банку будет выплачено 656,4 тысяч рублей.

6. Найдите все значения параметра p , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 18px + 77p^2 \leq 0, \\ (x - 324)^2 \geq (29p)^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. Имеется прямоугольная таблица размером $M \times N$, заполненная числами 0 и 1, обладающая следующими свойствами. Во-первых, в каждой строке и в каждом столбце есть хотя бы один элемент, равный 1. Во-вторых, нет ни одной пары одинаковых строк, а также ни одной пары одинаковых столбцов. Таблицы, обладающие этими свойствами, назовем «хорошими».

Две таблицы назовем эквивалентными в том и только в том случае, если из одной из них можно получить другую путем перестановки строк и/или столбцов. Приведем пример двух эквивалентных таблиц размером 3×3 .

1	1	1
1	1	0
0	1	0

1	0	1
0	0	1
1	1	1

Вторая таблица получается из первой сначала перестановкой в ней 1-й и 3-й строк, потом 2-го и 3-го столбца в полученной таблице, а затем 1-й и 2-й строки в последней полученной таблице.

а) Сколько существует различных попарно неэквивалентных «хороших» таблиц размером 2×3 ?

б) Укажите количество всех таблиц, эквивалентных «хорошей» таблице

1	1	0
1	0	1
0	1	1

в) Какое максимальное число столбцов может быть в «хорошей» таблице, содержащей M строк?