

А. Ларин. Тренировочный вариант № 313. (Часть С)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin x + \cos x + \cos 2x = \frac{1}{2} \sin 4x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

2. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 6, а боковые ребра равны 8. На ребре AC находится точка D , на ребре AB — точка E , а на ребре AM — точка L . Известно, что $CD = BE = AL = 2$.

а) Докажите, что плоскость EDL делит объем пирамиды $MABC$ в отношении $1 : 8$.

б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью, проходящей через точки E , D и L .

3. Решите неравенство $3 \cdot (x+1)^{\log_2(x+1)^2} - 48 \cdot 2^{\log_2^2(x+1)} \geq 2 \cdot (x+1)^{\log_2(x+1)} - 32$.

4. На гипотенузе KL равнобедренного прямоугольного треугольника KLM вне треугольника построен квадрат $KLPQ$. Прямая MQ пересекает гипотенузу KL в точке N .

а) Докажите, что $KN : NL = 1 : 2$.

б) Прямая, проходящая через точку N перпендикулярно MQ , пересекает отрезок LP в точке R . Найдите LR , если $KQ = 9$.

5. Фирма по производству мебели выпускает две модели спальных гарнитуров — A и B . Их производство ограничено наличием сырья (качественных досок) и временем машинной обработки. Для изготовления гарнитура модели A требуется 24 м^2 досок и 5 часов машинного времени, а для модели B — 40 м^2 досок и 11 часов машинного времени. Фирма может получить от поставщика до 600 м^2 досок в неделю. Возможное время работы машин, имеющихся в распоряжении фирмы, составляет 140 часов в неделю. Изготовление гарнитура модели A приносит фирме 5000 рублей дохода, а модели B — 9000 рублей дохода. Сколько гарнитуров каждой модели следует выпускать фирме в неделю, чтобы прибыль фирмы была как можно больше?

6. При каких значениях b неравенство

$$x^2 + (2a + 4b)x + 2a^2b + 4b^2 - 2ab - 6b + 15 \leq 0$$

не имеет решений ни при одном значении a ?

7. В рамках проекта ежегодной аттестации учителей начальных классов, в котором приняли участие два города A и B , 51 учитель написал тест. Известно, что из каждого города тест написали хотя бы два учителя, причем каждый набрал целое положительное количество баллов, а после предварительных подсчетов средний балл в каждом городе оказался целым числом. Затем один из учителей, писавших тест, переехал из города A в город B , и средние баллы по городам пришлось пересчитать.

- а) Мог ли средний балл в городе A после пересчета вырасти в два раза?
- б) Известно, что после пересчета средние баллы в городах выросли на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в городе B равняться 1?
- в) Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в городе B , если известно, что после пересчета средние баллы в городах выросли на 10%.