

А. Ларин. Тренировочный вариант № 311. (Часть С)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $(\cos 2x + 3 \sin x - 2) \cdot \sqrt{\cos x - \sin x} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; \pi]$.

2. В правильной четырехугольной пирамиде плоскость α , проведенная через сторону основания, делит двугранный угол при основании пирамиды и боковую поверхность пирамиды пополам.

а) Докажите, что двугранный угол при основании пирамиды равен 45° .

б) Найдите расстояние от плоскости α до вершины пирамиды, если сторона основания пирамиды равна 1.

3. Решите неравенство $4 \cdot 3^{\log_3^2(x-2)} - 9 \geq 4 \cdot 3^{2 \log_3^2(x-2)} - 11 \cdot (x-2)^{\log_3(x-2)}$.

4. В трапеции $ABCD$ с нижним основанием AD площади треугольников ABD и BDC равны соответственно 12 и 4, а точка G является серединой BD . Ниже прямой AD выбрана точка E , $AE = BD$, а на отрезке EC выбрана точка F такая, что CF в 4 раза короче CE .

а) Докажите, что угол BFG равен 90° .

б) Найдите длину отрезка BD , если дополнительно известно, что $\angle CFG = 75^\circ$, а $\angle BGC = 15^\circ$.

5. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 1,6 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платеж в 2 раза больше наименьшего?

6. Найдите все значения параметра, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = -x^4 + \frac{2ax^3}{9} + \frac{a^2x^2}{3}$ на отрезке $[-1; 0]$ не превышает единицы и достигается на левом конце отрезка.

7. Имеются два многочлена от целочисленной переменной x :

$$p(x) = 1 + x^2 + x^4 + \dots + x^{2k}$$

$$q(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^k$$

Рассмотрим функцию $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ от целочисленной переменной x , определенную для тех значений x , для которых $q(x) \neq 0$.

а) Может ли функция $f(x)$ принимать не целые значения при $k = 3$?

б) Может ли функция $f(x)$ принимать не целые значения при $k = 2$?

в) При каких натуральных значениях k функция $f(x)$ может принимать только целые значения?