

## А. Ларин. Тренировочный вариант № 312. (Часть С)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $2^{-\cos 2x} + 2\sqrt{2} = 5 \cdot 2^{\sin^2 x - \frac{3}{4}}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .

2. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  стороны основания равны 2, а боковые ребра равны 4. Точка  $N$  — середина отрезка  $AC$ .

а) Докажите, что плоскость  $NA_1 D$  делит сторону  $AB$  основания призмы в отношении 2 : 1.

б) Найдите расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $NA_1 D$ .

3. Решите неравенство  $\log_{\sqrt[3]{9x}} \sqrt{\frac{x^3}{3}} + \log_{\sqrt[3]{3x^2}} \sqrt{27x} \leq 3$ .

4. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены биссектриса  $AD$  и медиана  $BE$ . Точки  $M$  и  $N$  являются ортогональными проекциями на сторону  $AB$  точек  $D$  и  $E$  соответственно, причем

$$\frac{AM}{MB} = \frac{9}{1}; \quad \frac{AN}{NB} = \frac{2}{3}.$$

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.

б) Найдите отношение  $\frac{AD^2}{BE^2}$ .

5. Фабрика, производящая пищевые полуфабрикаты, выпускает блинчики со следующими начинками: ягодная, творожная и мясная. В данной ниже таблице приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.

Вид начинки	Себестоимость за тонну	Отпускная цена за тонну	Производственные возможности
Ягоды	70 тыс. руб.	100 тыс. руб.	90 тонн в мес.
Творог	100 тыс. руб.	135 тыс. руб.	75 тонн в мес.
Мясо	145 тыс. руб.	145 тыс. руб.	60 тонн в мес.

Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль, которую может получить фабрика от производства блинчиков за 1 месяц.

6. Найти все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$\frac{(x^2 - 4x + a)^3}{2} = (a - 4x)(3x^4 + (a - 4x)^2).$$

имеет единственное решение на промежутке  $(-2 - \sqrt{2}; 0]$ .

7. В ячейках таблицы 5 на 9 расставлены натуральные числа, среди которых ровно 33 нечетных. Александра рассматривает пары соседних ячеек, имеющих общую сторону. Если произведение чисел в паре четно, наша героиня считает такую пару зачетной.

- А) Может ли в таблице быть ровно 22 зачетные пары?
- Б) Может ли в таблице быть ровно 49 зачетных пар?
- В) Какое наибольшее число зачетных пар может быть в таблице?