

**А. Ларин. Тренировочный вариант № 308 (часть 2)**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\sqrt{\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x + 1} = \cos x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$ .

2. Радиус основания конуса с вершиной  $S$  и центром основания  $O$  равен 6, а его высота равна  $\sqrt{33}$ . Точка  $M$  — середина образующей  $SA$  конуса, а точки  $N$  и  $B$  лежат на основании конуса, причем  $MN$  параллельна образующей конуса  $SB$ .

а) Докажите, что  $ON$  — биссектриса угла  $AOB$ .

б) Найдите угол между прямой  $BM$  и плоскостью основания конуса, если  $AB = 4\sqrt{3}$ .

3. Решите неравенство  $\left(1 + \frac{1}{x-4} - \frac{x-3}{x-2}\right) \sqrt{6x-x^2-5} \geq 0$ .

4. Биссектриса острого угла  $A$  трапеции  $ABCD$  пересекает боковую сторону  $CD$  в точке  $T$ , а продолжение основания  $BC$  трапеции в точке  $K$  так, что  $ABKD$  — параллелограмм и  $TD : TC = 4 : 1$ .

а) Докажите, что прямые  $AK$  и  $BD$  перпендикулярны.

б) Найдите площадь трапеции  $ABCD$ , если ее сторона  $AB = 8$  и  $\angle B = 120^\circ$ .

5. В июле планируется взять кредит на срок 6 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле первых трех лет погашения кредита долг должен быть в два раза меньше долга на июль предыдущего года;

— в июль последних трех лет долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

Чему был равен изначальный кредит, если общая сумма выплат равна 1,6 млн рублей?

6. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $a + \sqrt{6x - x^2 - 8} = 3 + \sqrt{1 + 2ax - a^2 - x^2}$  имеет ровно один корень.

7. Последовательность  $\{a_n\}$  состоит из 100 натуральных чисел. Каждый член последовательности, начиная со второго, либо вдвое меньше предыдущего, либо больше его на 150.

а) Может ли такая последовательность быть образована ровно пятью различными числами?

б) Чему может равняться  $a_{100}$ , если  $a_1 = 75$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать самое большое из чисел такой последовательности?