

А. Ларин. Тренировочный вариант № 301

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin 2x + \sqrt{3}(\cos x - \sin x) = 1,5$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

2. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K — середина ребра AB , точка P — середина ребра BC . Через точки K, P, D_1 проведена плоскость α .

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α можно разбить на две части, одна из которых равнобедренный треугольник, а другая — равнобокая трапеция.

б) Найдите периметр сечения призмы плоскостью α , если известно, что сторона основания призмы равна 8, а боковое ребро равно 6.

3. Решите неравенство: $\frac{x^2}{\log_{5-x} x} \leq (5x - 4) \cdot \log_x (5 - x)$.

4. В треугольнике ABC сторона BC больше стороны AC . Биссектриса CL пересекает описанную около треугольника ABC окружность в точке K . Окружность, описанная около треугольника AKL , вторично пересекает прямую AC в точке P .

а) Докажите, что отрезки BC и PC равны.

б) Найдите площадь треугольника APK , если $BC = 6, AB = 5, AC = 4$.

5. 15-го декабря 2018 года Саша и Паша взяли в банке одинаковые суммы в кредит на 12 месяцев. Банк предложил им похожие схемы погашения долга.

Условия возврата кредита у Саши оказались следующие:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплачивать одним платежом часть долга;

— на 15-е числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга, чем на 15-е число предыдущего месяца.

У Паши условия возврата кредита были таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплачивать одним платежом часть долга;

— на 15-е число каждого месяца с января по ноябрь включительно долг должен уменьшаться на 50 тыс. руб.;

— в декабре 2019 года весь оставшийся на тот момент долг должен быть полностью погашен.

Когда в декабре 2019 года Саша и Паша рассчитались со своими кредитами, выяснилось, что один из них выплатил за год банку на 429 тыс. руб. больше, нежели другой. Определите, какая сумма была взята каждым в кредит.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{x^2 + y^2 - 2x + 2y - 6}{\sqrt{2 - |y - x|}} = 0, \\ y - ax = 3a - 3 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

7. Известно, что n и m — натуральные числа.

а) Существует ли пара чисел n и m , для которых выполняется равенство $\frac{1}{n} - \frac{1}{m} = \frac{1}{72}$?

б) Существует ли пара чисел n и m , для которых выполняется равенство $\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} = \frac{1}{72}$?

в) Найдите все пары чисел n и m , для которых выполняется равенство $\frac{1}{n^3} - \frac{1}{m^2} = \frac{1}{72}$.