

А. Ларин. Тренировочный вариант № 300

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение

$$\log_3 + 2x - x^2 \frac{\sin x + \sqrt{3} \cos x}{\sin 3x} = \frac{1}{\log_2(3 + 2x - x^2)}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{4}\right]$.

2. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром длины 1. Точка P — середина $A_1 D_1$, точка Q делит отрезок AB_1 в отношении 2 : 1, считая от вершины A , R — точка пересечения отрезков BC_1 и $B_1 C$.

а) Найдите площадь сечения куба плоскостью PQR .

б) Найдите отношение, в котором плоскость сечения делит диагональ AC_1 куба.

3. Решите неравенство:

$$\frac{14^x}{7(\log_7(x-3))^4 \cdot \log_6(x+2)} \leq \frac{(4 \cdot 2^x)^x}{4(\log_7(x-3))^4 \cdot \log_6(x+2)}.$$

4. Окружность радиуса $\sqrt{3}$ касается прямой a в точке A , а прямой b в точке B так, что хорда AB стягивает дугу окружности в 60° . Прямые a и b пересекаются в точке F . Точка C расположена на луче FA , а точка D — на луче BF так, что $AC = BD = 2$.

а) Докажите, что треугольник BAD — прямоугольный.

б) Найдите длину медианы треугольника CBD , проведенную из вершины D .

5. В контейнер упакованы комплектующие изделия трех типов. Стоимость и вес изделия составляют 400 тыс. руб. и 12 кг для первого типа, 500 тыс. руб. и 16 кг для второго типа, 600 тыс. руб. и 15 кг для третьего типа. Общий вес комплектующих равен 326 кг. Определите минимальную и максимальную возможную суммарную стоимость находящихся в контейнере комплектующих изделий.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3a + \sqrt{3a + 2x - x^2}} = 2x - x^2$$

имеет решения.

7. Множество A состоит из натуральных чисел. Количество чисел в A больше семи. Наименьшее общее кратное всех чисел в A равно q и никакие два числа в множестве A не являются взаимно простыми. Найдите все числа множества A , если:

а) $q = 210$, произведение всех чисел из A делится на 1920 и не является квадратом никакого целого числа.

б) $q = 390$, произведение всех чисел из A не делится на 160 и не является четвертой степенью никакого целого числа.

в) $q = 330$, произведение всех чисел из A не является четвертой степенью никакого целого числа, а сумма всех чисел из A равна 755.