

### А. Ларин. Тренировочный вариант № 296

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение

$$\left(1 + \sin \frac{\pi}{7}\right)^{3 - \cos 2x} = \left(\sin \frac{\pi}{14} + \cos \frac{\pi}{14}\right)^{10 \sin x}.$$

б) Найдите корни этого уравнения, по абсолютной величине не превышающие  $1,5\pi$ .

2. Объем куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с нижним основанием  $ABCD$  равен 27. Над плоскостью верхнего основания отмечена точка  $E$  такая, что  $BE = \sqrt{41}$  и  $CE = 5\sqrt{2}$ .

а) Докажите, что плоскость  $ABB_1$  проходит через точку  $E$ .

б) Найдите расстояние от точки  $D_1$  до плоскости  $EBC$ , если объем  $EA_1 B_1 C_1$  в 2 раза меньше объема  $EBCC_1$ .

3. Решите неравенство:  $4^{2x-1} + \frac{1}{4} \log_2^2 2x > \left(\log_2 \frac{1}{x} - 2^{2x}\right) \cdot \log_2 x$ .

4. Квадраты  $ABCD$  и  $A_1 B_1 C_1 D_1$  (вершины названы по часовой стрелке) совпадают вершинами  $C$  и  $B_1$ . Точки  $O$  и  $O_1$  — центры квадратов.

а) Докажите, что прямая  $OO_1$  пересекает отрезки  $A_1 B$  и  $C_1 D$  под одинаковыми углами.

б) Найдите  $OO_1$ , если  $A_1 B + C_1 D = 12\sqrt{2}$ .

5. Наш добрый герой В. взял в банке кредит в размере 20 192 020 рублей по очень знакомой схеме:

— в конце очередного месяца пользования кредитом банк начисляет проценты за пользование заемными средствами по специальной ставке данного варианта 2,96%;

— в этот же день клиент выплачивает часть долга и сумму начисленных процентов;

— после выплаты долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на конец предыдущего месяца.

Но дальше все пошло не по сценарию. Наш герой решил каждый месяц, начиная с первого, платить банку сверх прочего дополнительную сумму на погашение долга, при этом долг по-прежнему ежемесячно уменьшался на одну и ту же величину (большую, чем планировалось изначально) до полного погашения. В итоге срок кредита сократился на 52%. На какое наименьшее число процентов могла уменьшиться при этом переплата банку?

6. Найдите значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} y - \ln(x - a) - a = x^2 - 4x + 4, \\ y = \frac{x + |x| \cdot \ln(ex - ea)}{|x|} \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. Саша придумала уравнение  $n^3 + 13n = k^3 + 273$ .
- а) Может ли данное уравнение иметь натуральные решения при  $k = 21$ ?
  - б) Может ли данное уравнение иметь натуральные решения при  $n \geq 2020$ ?
  - в) Найдите все пары  $(n; k)$  натуральных чисел, удовлетворяющих уравнению.