

**А. Ларин. Тренировочный вариант № 294.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $2 \sin 2x - \sin x \cdot \sqrt{2 \operatorname{ctg} x} = 1$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[0; \pi]$ .

2. В кубе  $ABCA_1B_1C_1D_1$  точка  $O_1$  — центр квадрата  $ABCD$ , точка  $O_2$  — центр квадрата  $CC_1D_1D$ .

а) Докажите, что прямые  $A_1O_1$  и  $B_1O_2$  скрещиваются.

б) Найдите расстояние между прямыми  $A_1O_1$  и  $B_1O_2$ , если ребро куба равно 1.

3. Решите неравенство:  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} \leq \frac{3}{4}$ .

4. В пятиугольнике  $A_1A_2A_3A_4A_5$  площади всех треугольников  $A_1A_2A_3$ ,  $A_2A_3A_4$ ,  $A_3A_4A_5$ ,  $A_4A_5A_1$ ,  $A_5A_1A_2$  равны 1.

а) Докажите, что прямая  $A_1A_2$  параллельна прямой  $A_3A_5$ .

б) Найдите площадь пятиугольника  $A_1A_2A_3A_4A_5$ .

5. 1 февраля 2018 года планируется взять кредит на сумму 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1 марта каждого года сумма долга увеличивается на 2% по сравнению с началом года;

— с 1 мая по 1 августа необходимо выплатить часть долга;

— 1 февраля каждого года долг должен равняться сумме в соответствии с таблицей.

Год	2018	2019	2020	...	2018 + n	2019 + n	2020 + n	...	2018 + 2n	2019 + 2n
Долг (тыс. руб)	1000	985	970	...	1000 - 15n	1000 - 15n - x	1000 - 15n - 2x	...	600	0

Первые  $n$  лет долг уменьшался равномерно на 15 тысяч рублей, а следующие  $n$  лет долг уменьшался равномерно на  $x$  тысяч рублей. В каком году планируется совершить последний платеж, если общая сумма выплат равна 1 346 000 рублей?

6. Найдите значения параметра  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} 6x^2 - 5xy + y^2 + x - y - 2 = 0, \\ y = ax - 5 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

7. В классе учится 15 мальчиков и  $n$  девочек. Анализируя успеваемость учащихся по предмету за полугодие, завуч заметил, что общее количество оценок в журнале составляет  $n^2 + 13n - 2$ , причём все ученики имеют одинаковое количество оценок.

а) Может ли в классе быть 16 девочек?

б) Сколько может быть девочек в классе?

в) Сколько оценок получил каждый ученик по предмету за полугодие?