

### А. Ларин. Тренировочный вариант № 293

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\sqrt{\sin x \cdot \cos x} = \cos x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

2. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $AB = 5$ ,  $AA_1 = 5$ ,  $AD = 3$ .

а) Докажите, что прямые  $A_1 B$  и  $B_1 D$  перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми  $A_1 B$  и  $B_1 D$ .

3. Решите неравенство:  $|x^2 - 3x + 1| \geq \sqrt{4x^4 - 4x^2 + 1}$ .

4. Около окружности радиуса 1 описаны ромб и треугольник, две стороны которого параллельны диагоналям ромба, а третья параллельна одной из сторон ромба и равна 5.

а) Найдите сторону ромба.

б) Найдите часть площади ромба, находящуюся внутри треугольника.

5. Андрей Петрович взял кредит на несколько лет и выплатил его равными ежегодными платежами по 200 000 руб. При этом в начале каждого года сумма кредита увеличивалась на 10%, а в конце года производился платёж. Если бы Андрей Петрович не делал платежей, то за это время вследствие начисления процентов сумма кредита составила бы 928 200 руб. На сколько лет был взят кредит?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a, \\ \sin(\pi x + \pi y) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

7. а) Существует ли пара натуральных чисел, наибольший общий делитель которых равен 5, а наименьшее общее кратное — 123?

б) Существует ли пара натуральных чисел, наибольший общий делитель которых равен 7, а наименьшее общее кратное — 294?

в) Найдите все пары натуральных чисел, наибольший общий делитель которых равен 13, а наименьшее общее кратное — 78.