

А. Ларин. Тренировочный вариант № 289

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $256^{\sin x \cdot \cos x} - 18 \cdot 16^{\sin x \cdot \cos x} + 32 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.

2. В основании пирамиды $SABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 2. Боковое ребро SA перпендикулярно основанию и равно 1. Точка F — середина AB .

а) Докажите, что угол между прямыми SF и AC равен 60° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку F параллельно прямым BD и SC .

3. Решите неравенство: $2\sqrt{\log_2(-x)} < \log_2 \sqrt{x^2} - 3$.

4. В треугольнике ABC биссектриса угла B пересекает описанную окружность этого треугольника в точке F . Точка E — центр окружности, касающейся стороны AC и продолжений сторон AB и BC (внеписанной окружности). Точка O — центр вписанной окружности треугольника ABC .

а) Докажите, что отрезки AF и OF равны.

б) Найдите длину отрезка CF , если $OE = 14$.

5. Всеволод и Александра в один день открыли в банке по вкладу на сумму 1 млн руб. с возможностью частичного снятия средств. Вместо выплаты процентов в конце очередного месяца банк увеличивал размер вклада на некоторую фиксированную сумму, но только в том случае, если клиент в течение данного месяца не снимал деньги со счета. Кроме того, Всеволод попал под условия бонусной акции, поэтому его ежемесячная прибавка оказалась выше, чем у Александры. Когда вклад Всеволода достиг суммы 1,2 млн руб., он каждый месяц с марта по август 2019 года снимал со счета по 25 тыс. руб., а вклад Александры продолжал ежемесячно расти. В конце июля 2019 года суммы на вкладах оказались одинаковыми, а спустя некоторое время сравнялись повторно. Определите размер вкладов Всеволода и Александры, когда они сравнялись повторно, если после августа деньги со счетов не снимались.

6. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(\sin x - a)(\operatorname{tg} x - a) = 0$$

имеет единственное решение на интервале $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

7. На сайте школы идет голосование на звание «Лучший ученик года», где каждый посетитель голосует только за одного из претендентов. Рейтинг каждого претендента (доля голосов, отданных за него) выражается в процентах, округленных до целого числа. Например, числа 9,3; 17,5 и 19,9 округляются до 9; 18 и 20 соответственно.

а) Всего проголосовало 13 посетителей сайта. Мог ли рейтинг одного из претендентов равняться 41?

б) Пусть претендентов четверо. Могла ли сумма рейтингов быть больше 100?

в) На сайте отображалось, что рейтинг некоторого претендента равнялся 5. Это число не изменилось и после того, как Игорь проголосовал за него. При каком наименьшем числе отданных за всех претендентов голосов, включая Игоря, такое возможно?