

### А. Ларин. Тренировочный вариант № 288

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\left(\sqrt{2}\sin^2 x + \sqrt{\cos x}\right)^2 + 2\cos^2 x + \sqrt{\cos x} = 3 \cdot 2\sqrt{\cos x}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$ .

2. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $M$  — середина стороны  $BC$ .

а) Докажите, что прямая  $A_1 C$  параллельна плоскости, проходящей через точки  $A$ ,  $M$  и  $B_1$ .

б) Найдите расстояние от прямой  $A_1 C$  до плоскости  $A M B_1$ , если параллелепипед прямоугольный и  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 2$ .

3. Решите неравенство:  $\frac{-63 + 63 \cdot 3^x}{9^x - 4 \cdot 3^x + 3} \leq 3^{2x} - 7 \cdot 3^x - 21$ .

4. В остроугольном треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $40^\circ$ , отрезки  $BB_1$  и  $CC_1$  — высоты, точки  $B_2$  и  $C_2$  — середины сторон  $AC$  и  $AB$  соответственно. Прямые  $B_1 C_2$  и  $C_1 B_2$  пересекаются в точке  $K$ .

а) Докажите, что точки  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$  и  $C_2$  лежат на одной окружности.

б) Найдите угол  $B_1 K B_2$ .

5. 19 января планируется взять в кредит некоторую сумму на 16 месяцев. Условия кредита таковы:

— 1 числа каждого месяца долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2 по 18 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 19-го числа каждого месяца с 1-й по 15-й месяц долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 19-е число предыдущего месяца;

— к 19-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 19-го числа 15-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 914 тыс. рублей?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} y = ax^2 + 3, \\ x + \sqrt{8y - y^2 - 12} = -5 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

7. На листочке записано 13 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое семи наименьших из них равно 7, среднее арифметическое семи наибольших из них равно 16.

а) Может ли наименьшее из 13 чисел равняться 5?

б) Может ли среднее арифметическое всех 13 чисел равняться 12?

в) Пусть  $P$  — среднее арифметическое всех 13 чисел,  $Q$  — седьмое по величине число. Найдите наибольшее значение выражения  $P - Q$ .