

А. Ларин. Тренировочный вариант № 285

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_3 - 4 \cos^2 x (9 - 16 \cos^4 x) = 2 + \frac{1}{\log_2 (3 - 4 \cos^2 x)}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

2. Дана треугольная пирамида $ABCD$ объемом 40. Через вершину A и середину M ребра BC проведена плоскость, пересекающая ребро BD в точке N . Расстояние от вершины B до этой плоскости равно 4, а площадь треугольника AMN равна 5.

а) Докажите, что точка N делит ребро BD в отношении 1 : 2, считая от точки B .

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC пирамиды, если дополнительно известно, что ребро BD перпендикулярно плоскости ABC и равно 15.

3. Решите неравенство: $x^2 \log_4^2 x + 10 \log_3^2 x \leq x \log_4 x \cdot \log_3 x^7$.

4. Высоты равнобедренного остроугольного треугольника ABC , в котором $AB = BC$, пересекаются в точке O . Отрезок $AO = 5$, а длина высоты AD равна 8.

а) Докажите, что длина стороны AC треугольника ABC равна высоте, опущенной на нее из вершины B .

б) Найдите площадь треугольника ABC .

5. 20 февраля планируется взять кредит в банке на 600 тысяч рублей на $(n + 1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

— первого числа каждого месяца долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2 по 19 число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— 20 числа каждого с 1 по n -й месяц долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 20 число предыдущего месяца;

— за $(n + 1)$ -й месяц долг должен быть погашен полностью.

Найдите n , если банку будет выплачено 691 тыс. руб., а долг на 20-е число n -го месяца составит 100 тыс. руб.

6. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x^3 + 7x^2 + (13 - 4a)x + 4a^2 - 2a + 8 = 0, \\ x^3 + 5x^2 + (4a + 13)x - 4a^2 - 2a + 8 = 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

7. Сева каждый день заполняет таблицу 3 на 3 клетки числами 0, 2 или 4. При этом он рассчитывает день ото дня решать все более и более амбициозные задачи:

- Пн: добиться того, чтобы суммы чисел по строкам были различны;
 - Вт: суммы чисел по строкам и хотя бы в одном из столбцов были различны;
 - Ср: суммы чисел по строкам и хотя бы в двух столбцах были различны;
 - Чт: суммы чисел по строкам и столбцам были различны;
 - Пт: суммы чисел по строкам, столбцам и одной из главных диагоналей были различны;
 - Сб: суммы чисел по строкам, столбцам и обоим главным диагоналям были различны.
- а) Сможет ли Сева выполнить свой план на вторник, если хорошо постарается?
- б) Сможет ли Сева выполнить свой план на субботу, если постарается пуще прежнего?
- в) В какие дни Сева точно не сможет выполнить свой план?