

А. Ларин. Тренировочный вариант № 280.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\cos 9x - \cos 7x = \sqrt{2} \sin x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$.

2. Плоскость α перпендикулярна основанию правильной треугольной пирамиды $SABC$ и делит стороны AB и BC основания пополам.

а) Докажите, что плоскость α делит боковое ребро в отношении $1 : 3$, считая от вершины S .

б) Найдите отношение объемов многогранников, на которые плоскость α разбивает пирамиду.

3. Решите неравенство: $2 \log_{\frac{1}{2}}(x-2) - \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x - 2) \geq 1$.

4. В треугольнике ABC провели высоты AA_1 и BB_1 . Окружность, описанная вокруг треугольника ANA_1 , где точка N — середина стороны AB , пересекла прямую A_1B_1 в точке K .

а) Докажите, что прямая AK касается окружности, описанной около треугольника ABC .

б) Найдите отношение площадей четырехугольника ABA_1B_1 и треугольника CA_1B_1 , если $\angle ABC = 45^\circ$, $AB_1 = BN = 1$.

5. В июле 2016 года планируется взять кредит в размере 4,2 млн руб. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года.

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга.

— в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остается равным 4,2 млн руб.

— суммы выплат 2020 и 2021 годов равны.

Найдите r , если в 2021 году долг будет выплачен полностью и общие выплаты составят 6,1 млн руб.

6. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$ax = x\sqrt{x - 2x^5 + x^3}$$

имеет четное число решений.

7. На доске написано 100 различных натуральных чисел, сумма которых равна 5130.

а) Может ли оказаться, что на доске написано число 300?

б) Может ли оказаться, что на доске нет числа 17?

в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 17, может быть на доске?