

**А. Ларин. Тренировочный вариант № 280.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\cos 9x - \cos 7x = \sqrt{2} \sin x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$ .

2. Плоскость  $\alpha$  перпендикулярна основанию правильной треугольной пирамиды  $SABC$  и делит стороны  $AB$  и  $BC$  основания пополам.

- а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит боковое ребро в отношении  $1 : 3$ , считая от вершины  $S$ .
- б) Найдите отношение объемов многогранников, на которые плоскость  $\alpha$  разбивает пирамиду.

3. Решите неравенство:  $2 \log_{\frac{1}{2}}(x-2) - \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x - 2) \geq 1$ .

4. В треугольнике  $ABC$  провели высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Окружность, описанная вокруг треугольника  $ANA_1$ , где точка  $N$  — середина стороны  $AB$ , пересекла прямую  $A_1B_1$  в точке  $K$ .

- а) Докажите, что прямая  $AK$  касается окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .
- б) Найдите отношение площадей четырехугольника  $ABA_1B_1$  и треугольника  $CA_1B_1$ , если  $\angle ABC = 45^\circ$ ,  $AB_1 = BN = 1$ .

5. В июле 2016 года планируется взять кредит в размере 4,2 млн руб. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года.
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга.
- в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остается равным 4,2 млн руб.
- суммы выплат 2020 и 2021 годов равны.

Найдите  $r$ , если в 2021 году долг будет выплачен полностью и общие выплаты составят 6,1 млн руб.

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$ax = x\sqrt{x - 2x^5 + x^3}$$

имеет четное число решений.

7. На доске написано 100 различных натуральных чисел, сумма которых равна 5130.

- а) Может ли оказаться, что на доске написано число 300?
- б) Может ли оказаться, что на доске нет числа 17?
- в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 17, может быть на доске?